

TD 1 : Diffusion Rutherford

Même si l'hypothèse atomique a une longue histoire, ce n'est qu'à la fin du XIXième siècle qu'Ernest Rutherford (prix Nobel 1908) introduisit le modèle planétaire d'un noyau autour duquel tournent des électrons. Auparavant c'était le modèle de Joseph J. Thomson (prix Nobel 1906) qui était admis, dans lequel l'atome était décrit comme une boule homogène.

La description de Rutherford s'appuie sur les résultats expérimentaux de Geiger et Mardsen qui bombardèrent les atomes d'une cible d'or (charge $Z = 79$) avec des particules α (des noyaux d'Helium de charge $Z = 2$).

Si la feuille d'or (la cible) est suffisamment fine, on peut supposer qu'une particule α interagit avec un seul noyau d'or. Nous allons calculer la section efficace décrivant la collision de ces deux particules chargées.

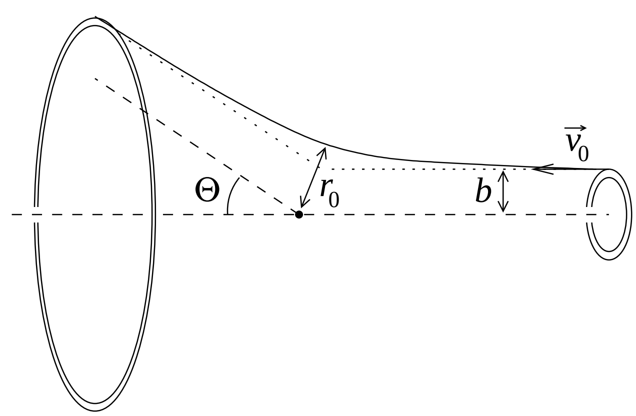
1. Équations du mouvement et lois de conservation. Le noyau d'or est supposé immobile en 0. La particule α se trouve en $\vec{r}$ et est soumise au champ de force $\vec{F}(\vec{r}) = \frac{k}{r^2}\vec{u}_r$ où $\vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{||\vec{r}||}$. Si $k > 0$ l'interaction est répulsive, alors que si $k < 0$ elle est attractive. Écrire l'équation du mouvement et énoncer les différentes constantes du mouvement.

2. Potentiel effectif. La conservation du moment cinétique $\vec{l}$ implique que le mouvement a lieu dans un plan. Exprimer $\vec{l} = l_0\vec{u}_z$ en fonction des coordonnées polaires r et θ ainsi que l'énergie. Montrer que cette dernière peut s'écrire sous la forme : $E_0 = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + U_{\text{eff}}(r)$, où m est la masse du noyau d'Helium. Tracer l'énergie potentielle effective en fonction de r pour les dexu signes de k. Discuter l'allure des différentes trajectoires possibles.

3. Distance minimale d'approche. Exprimer la distance minimale d'approche r_0 en fonction de l'énergie E_0 et du moment cinétique l_0. Donner sa valeur à $l_0 = 0$. À quelle situation cela correspond-il ?

4. Dans l'expérience de Geiger et Mardsen, les atomes d'or sont bombardés par des particules α d'énergie cinétique initiale de 5 MeV. Montrer que cela permet de trancher entre les modèles de Thomson et de Rutherford et de donner une borne supérieure pour la dimension du noyau atomique.

5. Paramètre d'impact et angle de déviation. Dans une expérience de collision on mesure le nombre de particules diffusées dans une direction Θ. Le paramètre d'impact b est la distance entre la trajectoire asymptotique à $t \to -\infty$ et l'axe parallèle à l'asymptote passant par le noyau. Trouver la relation entre Θ et b en intégrant entre $t \to -\infty$ et $t \to +\infty$ l'équation du mouvement projetée sur l'axe (Ox) :
$m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{k}{r^2}\cos\theta$.



6. Section efficace. Soit ϕ_i le flux de particules incident (le nombre de particules traversant une surface perpendiculaire à la direction du faisceau par unité de surface et par unité de temps). Le nombre de particules diffusées par unité de temps dans la direction (Θ, φ), où φ est l'angle azimutal, et dans un angle solide $\mathrm{d}\Omega = \sin\Theta \mathrm{d}\Theta \mathrm{d}\varphi$ est

$$\mathrm{d}n(\Theta, \varphi) = \phi_i \, \sigma(\Theta, \varphi) \, \mathrm{d}\Omega \, . \tag{1}$$

Cette relation définit la section efficace différentielle $\sigma(\Theta, \varphi)$. Lorsque le problème est invariant par rotation, la section efficace ne dépend que de Θ. Montrer alors que

$$\sigma(\Theta) = \frac{b}{\sin\Theta} \frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}\Theta}. \tag{2}$$

Quelle est la dimension de $\sigma(\Theta)$?

7. Section efficace de Rutherford. Déduire de la question 9 la section efficace de Rutherford.

8. Diffusion sur une sphère dure. Trouver la relation entre b et Θ si on imagine que l'atome est une sphère dure de rayon a sur laquelle la particule α "rebondit". En déduire la section efficace. Calculer la section efficace totale $\sigma_{\mathrm{tot}} = \int \mathrm{d}\Omega \, \sigma(\Theta, \varphi)$. Comment interpréter ce résultat ?