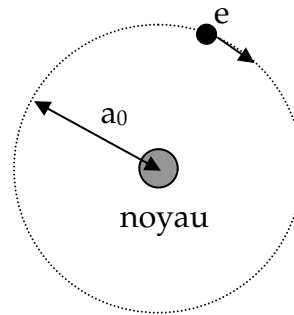


# TD N°3

## Le Modèle de Bohr



Niels Bohr 1885-1962, Prix Nobel en 1922

*"pour son apport dans l'étude de la structure des atomes, et des irradiations qui en émanent"*

### 1. Limite du modèle atomique de Rutherford

Dans ce modèle, à la frontière entre point de vue classique et quantique, on décrit l'atome d'hydrogène par un électron de charge  $-e$  de masse qui tourne autour d'un noyau de charge  $+e$  sur une orbite circulaire de rayon  $a_0$ . On note  $r_0$  le diamètre du noyau.

1. L'électron subit une force Coulombienne  $F$  exercée par le noyau. Exprimer  $F$ . En déduire l'accélération  $\gamma$  subie par l'électron, ainsi que sa vitesse  $v$  (on négligera les effets de gravité). Calculer numériquement la vitesse de l'électron  $v$ .

A.N.:  $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$  kg,  $4\pi\epsilon_0 = 10^{-10}$  S.I. et  $a_0 = 0.5 \text{ \AA}$ .

2. Que vaut l'énergie totale de l'électron? L'exprimer en fonction des seules constantes  $e$ ,  $\epsilon_0$  et  $a_0$ .

3. On rappelle la puissance électromagnétique rayonnée dans ce cas:

$$P = \frac{e^2 \gamma^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \text{ où } c \text{ est la vitesse de la lumière}$$

Pourquoi y a-t-il rayonnement électromagnétique? Comment peut-on obtenir ce résultat?

4. Quelle est la conséquence du rayonnement de l'électron sur son mouvement? A partir d'un bilan énergétique pour l'électron entre  $t$  et  $t+dt$ , trouver une relation différentielle entre la variation  $da$  du rayon de l'orbite noté  $a$  et l'élément différentiel  $dt$ .

5. A  $t=0$ , on suppose que l'électron se trouve sur une orbite de rayon  $a_0$ . Calculer le temps  $t_f$  mis par l'électron pour atteindre le noyau. Calculer numériquement  $t_f$ . Qu'en conclue-t-on sur l'approche classique et électromagnétique du modèle planétaire?

6. Comment Bohr fait-il pour s'en sortir?

## 2. Les ions hydrogénéoïdes

Un ion hydrogénéoïde est un système atomique composé d'un seul électron qui gravite autour d'un noyau comportant  $Z$  protons.

- 1- Dans le cadre du modèle de Bohr, déterminer l'expression littérale du rayon  $r_n$  des orbites circulaires permises pour un ion hydrogénéoïde dont le noyau comporte  $Z$  protons.
- 2- En déduire les niveaux d'énergie  $E_n$  permis pour ce même ion hydrogénéoïde.
- 3- En déduire l'énergie d'ionisation pour un ion hydrogénéoïde en fonction de  $Z$ .

## 3. Energie de liaison de $\text{He}^+$ et de $\text{H}$ : application à la recherche de galaxies lointaines

A. En utilisant le modèle de Bohr appliqué à l'ion  $\text{He}^+$  (1 seul électron autour de l'Hélium,  $Z=2$ ), déterminer:

A.1. l'énergie de l'état fondamental

A.2. l'énergie de liaison de l'ion  $\text{He}^+$

A.3. la longueur d'onde minimale  $\lambda_{\min}(\text{He})$  que doit avoir un photon pour provoquer l'ionisation, c'est à dire la libération de l'électron de  $\text{He}^+$ .

B. On s'intéresse maintenant à l'atome d'hydrogène, élément de loin le plus abondant dans l'Univers.

B.1. Déterminer la longueur d'onde minimale  $\lambda_{\min}(\text{H})$  que doit avoir un photon pour provoquer l'ionisation de  $\text{H}$ .

Dans cet exercice, pour simplifier, on assimilera une galaxie à un nuage d'hydrogène, au sein duquel se trouvent des étoiles qui rayonnent de la lumière.

B.2. Quelle est l'allure du spectre d'une galaxie au voisinage de  $\lambda_{\min}(\text{H})$  (on rappelle qu'un spectre est une courbe: intensité en fonction de la longueur d'onde) ?

L'Univers étant en expansion, on observe le spectre des galaxies lointaines décalé vers le rouge ("redshifted"), c'est-à-dire vers les plus grandes longueurs d'ondes, en vertu de l'effet Doppler. On a la formule approchée  $d = v / H$  où  $v$  est la vitesse de récession de la galaxie,  $H$  la constante de Hubble ( $H = 65 \text{ km/s/Mpc}$ ), et  $v = c (\lambda_{\text{obs}} - \lambda_{\text{émis}}) / \lambda_{\text{obs}}$ .

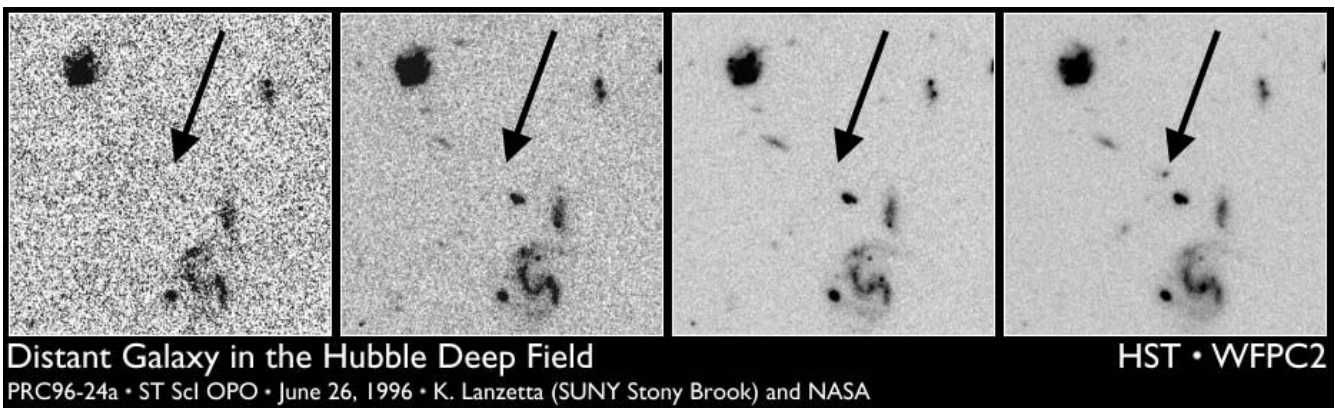
Images prises par le Hubble Space Telescope (NASA/ESA) <http://www.stsci.edu> à :

$\lambda = 303 \text{ nm}$

$\lambda = 450 \text{ nm}$

$\lambda = 606 \text{ nm}$

$\lambda = 814 \text{ nm}$



B.3. Les images montrent une galaxie invisible pour  $\lambda < 800 \text{ nm}$ . Calculer sa distance en Mpc (1 Mpc =  $10^6 \text{ pc}$  et  $1 \text{ pc} = 3.26 \text{ année-lumière}$ ).

## 4. L'atome muonique

Le muon  $\mu^-$  ne se distingue de l'électron que par sa masse qui est environ 200 fois plus grande. On peut donc imaginer, à l'instar d'un électron, qu'un muon se mette à orbiter autour d'un noyau pour former un "atome muonique".

1. Quelle différence fondamentale existe-t-il entre l'atome muonique et l'atome d'hydrogène ?

En examinant l'atome muonique dans le cadre du modèle de Bohr, et en négligeant les effets d'entraînement du noyau, indiquer, lorsque le nombre  $Z$  de protons présent dans le noyau croît:

2. la constante de Rydberg  $R_\mu$  pour l'atome muonique, exprimée en fonction de  $R_H$ ;
2. le rayon du noyau en fonction du rayon de Bohr  $a_0$ .

## 5. QCM

On se place dans le cadre du modèle de Bohr, modèle à la frontière entre la description classique (orbites, système "planétaire") et quantique (quantification de  $L$ ). Plusieurs réponses sont possibles.

1. Lorsqu'un atome d'hydrogène subit une transition d'une orbite de Bohr à une autre de rayon plus grand:

- a- la vitesse de l'électron augmente
- b- la vitesse de l'électron diminue
- c- la vitesse de l'électron reste inchangée
- d- la vitesse du proton augmente
- e- aucune de ces réponses

2. Parmi les grands succès du modèle de Bohr, on trouve:

- a- l'explication de la quantification du moment cinétique de l'électron
- b- l'explication du rayonnement d'un électron accéléré
- c- l'explication du spectre de raies des atomes (absorption, émission)
- d- l'introduction du modèle planétaire à l'échelle atomique
- e- aucune de ces réponses

3. Le modèle planétaire classique de l'atome d'hydrogène est inacceptable parce que:

- a- la force de Coulomb est trop faible pour retenir l'électron
- b- le noyau attire trop intensément pour permettre l'électron d'être en orbite autour de lui
- c- l'électron est accéléré et doit émettre son énergie comme rayonnement
- d- le moment cinétique de l'électron n'est pas quantifié dans un problème à deux corps
- e- aucune de ces réponses