S4-MIAS. Physique 2002-2003
Université Paris-Sud

# TD 4 : Expériences de Bragg et de Davisson et Germer. Inegalités de Heisenberg

## 1 Diffusion de Bragg

Dans une expérience de diffusion de protons d'energie cinétique $E_c = 2eV$ par un cristal, le cinquième maximum d'intensité est observé pour un angle $\phi = 30°$. Estimer la distance $d$ séparant deux plans du cristal.

## 2 Vitesse de groupe / vitesse de phase

Calculer la vitesse de groupe $v_g$ et la vitesse de phase $v_\phi$ d'un paquet d'onde correspondant à une particule relativiste de masse $m$ d'énergie $E$ et d'impulsion $p$.
On rappelle que $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ et $p = \frac{mv}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$. On pourra exprimer $E(p)$. (Ecrire $E^2 - p^2c^2$.)

## 3 L'atome d'hydrogène

On s'interesse à l'atome d'Hydrogène où le proton est supposé au repos.

1. Ecrire l'énergie totale $E$ de l'électron en fonction de l'impulsion $p$ et de la distance $r$.
2. En utilisant le Principe d'Incertitude, estimer l'énergie $E(r)$. Tracer $E(r)$.
3. Estimer le rayon $r_m$ qui minimise l'énergie de l'atome d'Hydrogène. On exprimera $r_m$ en fonction de la longueur d'onde Compton de l'électron $\lambda_C = \hbar/mc$ et de la "constante de structure fine" définie par $\alpha = e^2/(4\pi\varepsilon_0\hbar c)$. Vérifier que cette quantité $\alpha$ est un nombre sans dimension.
4. En déduire l'énergie la plus basse $E_m$ (la plus négative) de l'atome d'Hydrogène, que l'on appelle énergie de l'état fondamental. Exprimer $E_m$ en fonction de l'énergie de masse $mc^2$ de l'électron et de la constante $\alpha$.
5. Applications numériques: Calculer $\lambda_C$ et $r_m$ en nm et $E_m$ en eV.

Données: $\hbar c = 1.97\ 10^2$ eV nm; $\alpha = \frac{1}{137}$; $mc^2 = 0.511$ MeV.

## 4 Deux quarks

On considère deux quarks de même masse $m$ interagissant par l'intermédiaire d'un potentiel $V(r) = kr$ où $k$ est une constante positive.

1. Ecrire l'énergie mécanique totale $E$ du système dans le référentiel du centre de masse (les deux quarks ayant la même masse, on ne peut pas considérer que l'un d'entre eux est au repos). On devra introduire la masse réduite $\mu$ des deux quarks.
2. En utilisant le Principe d'Incertitude, estimer l'énergie $E(r)$ où $r$ est la distance entre les quarks. Tracer $E(r)$.

3. Estimer le rayon $r_m$ qui minimise l'énergie des deux quarks. On exprimera $r_m$ en fonction de la longueur d'onde Compton du quark $\lambda_C = \hbar/mc$ et de la constante de couplage $\beta$ définie par

$$\beta = \left(\frac{\hbar k}{2m^2c^3}\right)^{1/3}.$$

   On vérifiera que $\beta$ est une constante sans dimension.

4. En déduire l'énergie $E_m$ de l'état fondamental du système. On exprimera $E_m$ en fonction de l'énergie de masse $mc^2$ du quark et de la constante de couplage $\beta$.

5. Application numérique: Calculer la constante de couplage $\beta$ , la longueur d'onde Compton $\lambda_C$ du quark, la distance $r_m$ et l'énergie $E_m$.

Données: $\hbar c = 1.97\ 10^2$ eV nm; $mc^2 = 2$ GeV; $k = 0.5$ GeV fm$^{-1}$.

# 5 Vers l'équation de Schrödinger.

La dualité du point de vue onde-corpuscule nous conduit à chercher une description ondulatoire de la matière. Essayons de deviner la forme de l'équation d'onde en partant des relations de Planck-Einstein et de de Broglie : $E = h\nu = \hbar\omega$ et $p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$ . Une onde de pulsation $\omega$ et de vecteur d'onde $k$ est représentée par : $\psi(x,t) = \psi_0 \exp(ikx - i\omega t)$.

1. Calculer $\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}$ et $\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x}$.

2. La relation entre l'énergie et l'impulsion d'une particule libre de masse $m$ non relativiste est $E = \frac{p^2}{2m}$. Montrer que l'équation d'onde redonnant cette relation de dispersion est de la forme : $\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = D\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}$. Que vaut $D$ ?

**Remarque** L'interprétation physique de $\psi(x,t)$ n'est pas claire à ce stade toutefois nous verrons qu'elle représente une amplitude de probabilité, *i.e.* $|\psi(x,t)|^2$ est la densité de probabilité de présence de l'électron.