

# Physique Mésoscopique

Série 3

Semestre d'été 2000

## 1 Anneau Aharonov-Bohm

0) **Transformation de jauge.** On considère une particule dans un champ électromagnétique dont la fonction d'onde  $\psi(\vec{r}, t)$  satisfait l'équation de Schrödinger

$$i\hbar\partial_t\psi = H\psi \quad (1)$$

pour  $H = \frac{1}{2m}(\vec{p} - e\vec{A})^2 - e\phi(\vec{r}, t)$  où  $\vec{A}$  et  $\phi$  sont les potentiels. Montrer que la fonction d'onde transformée  $\psi'(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}, t) \exp(i\frac{e}{\hbar}\chi(\vec{r}, t))$  est également solution de l'équation de Schrödinger pour des potentiels  $\vec{A}'$  et  $\phi'$  que l'on reliera aux précédents potentiels.

1) **Anneau balistique à un canal.** On considère un anneau de circonférence  $L$  traversé par un flux  $\phi$ . L'hamiltonien est :

$$H = \frac{1}{2m}(p - eA)^2. \quad (2)$$

(a) Trouver le potentiel vecteur  $A$ . Résoudre l'équation de Schrödinger en imposant la condition de continuité  $\psi(0) = \psi(L)$ . On introduira  $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\phi}{\phi_0}$  où  $\phi_0 = \frac{h}{e}$  est le quantum de flux.

(b) Montrer qu'une transformation de jauge permet de transformer  $H$  en l'hamiltonien libre  $H_0 = \frac{1}{2m}p^2$ , au prix d'une modification des conditions aux limites.

(c) En utilisant la question précédente montrer qu'on peut retrouver le spectre à l'aide du formalisme de matrice de transfert.

(d) **Courant permanent.** Montrer que lorsque l'anneau est dans un état  $|\psi_n(\phi)\rangle$  d'énergie  $E_n(\phi)$ , le courant qui traverse l'anneau est donné par :

$$I_n(\phi) = -\frac{\partial}{\partial\phi}E_n(\phi). \quad (3)$$

Déduire le courant associé aux états trouvés précédemment.

2) **Anneau avec une impureté.** On étudie l'effet d'une impureté, modélisée par un potentiel  $V(x) = v\delta(x)$  (on pose  $w = \frac{2mv}{\hbar^2}$ ).

(a) En utilisant la formulation des matrices de transfert de la question (1.c), trouver l'équation donnant le spectre du hamiltonien en présence d'une impureté. On obtient cette équation (sans calcul!) en utilisant l'analogie avec l'étude du réseau de potentiels  $v\delta(x)$  étudié dans la série 2. Tracer l'allure du spectre en fonction du flux  $\phi$  et le comparer au cas pur.

(b) Comment le courant permanent est-il affecté par la présence de l'impureté? Discuter qualitativement la limite  $w \rightarrow 0$  puis donner le facteur de réduction du courant permanent dans la limite  $w \rightarrow \infty$ .