

Rapport d'activités 1998-2000

Laboratoire de Physique Théorique et Modèles Statistiques

(UMR 8626)

RAPPORT SCIENTIFIQUE

(janvier 1998 - décembre 2000)

LPTMS, Université Paris-Sud, bâtiment 100, 91405 Orsay Cedex

TABLE DES MATIERES

I. CHAOS ET SYSTEMES QUANTIQUES

I.1. Effet tunnel et systèmes chaotiques.

I.2. Statistiques spectrales

I.3. Transport dans les systèmes classiques mixtes

I.4. Etats propres de systèmes chaotiques et polynômes aléatoires

I.5. Perspectives

II. PHYSIQUE STATISTIQUE DES SYSTEMES EN BASSE DIMENSION

II.1. Fonctionnelles exponentielles et systèmes désordonnés

II.2. Chaînes de spins quantiques antiferromagnétiques

II.3. Marches aléatoires et processus de réaction diffusion en milieu désordonné unidimensionnel

II.4. Transport électronique et impuretés magnétiques

II.5. Modèles intégrables en dimension 1 et 2, modèles des anyons et de Calogero

II.6. Mécanique statistique sur le groupe des tresses et mouvement brownien planaire

II.7. Physique des polymères

II.8. Mécanique quantique sur des graphes

II.9. Perspectives

III. FLUIDES CLASSIQUES ET QUANTIQUES

III.1. Fluides classiques

III.1. 1. Fragmentation de noyaux atomiques

III.1. 2. Etude des amas énergiquement stables dans le modèle de gaz sur réseau .

III.1. 3. Travaux en cours et perspectives.

III. 2. Fluides quantiques

IV. SYSTEMES DESORDONNES ET OPTIMISATION COMBINATOIRE

IV.1. Domaines de recherche

IV.2. Themes de recherche abordes:

IV.2.1. Verres de spin

IV.2.2. Optimisation combinatoire

IV.2.3. Verres structuraux

IV.2.4. Statistique des niveaux d'énergie dans les métaux

IV.2.5. Elasticité des biomolécules

IV.3. Perspectives

V. PHYSIQUE DES SOLIDES DES SYSTEMES EN BASSE DIMENSION

V.1. Métaux synthétiques et physique en basse dimension

V.1.1. Plasticité des structures faibles et glissantes

V.1.2. Diffusion de rayons X par les supra réseaux imparfaits

V.1.3. Composés de fullérènes

V.1.4. Polymères: propriétés optiques et électroniques

V.1.5. Systèmes quantiques fortement corrélés.

V.2. Perspectives

VI. PHYSIQUE MESOSCOPIQUE

VI.1. Gaz d'électrons et points quantiques

VI.2. Effets de rugosité dans les agrégats métalliques

VI.3. Statistique quantique et bruit de grenaille

VI.4. Perspectives

VII. THEORIE STATISTIQUE DES CHAMPS ET MODELES EXACTEMENT SOLUBLES

VII.1. Modèles de Potts couplés et théories parafermioniques

VII.2. Problèmes combinatoires et gravité quantique

VII.3. Modèles solubles sur réseau et influence des conditions de bord

VII.4. Projets et perspectives

I. CHAOS ET SYSTEMES QUANTIQUES

Cette équipe est constituée de sept membres permanents. Il faut y ajouter la présence de thésards (actuellement 2) et de chercheurs étrangers en séjour postdoctoral (actuellement 1). Il s'agit donc d'une équipe qui a acquis une masse critique qui devrait se maintenir au cours des prochaines années. Elle est actuellement dans son domaine un des trois ou quatre centres de référence internationale.

I.1. Effet tunnel et systèmes chaotiques.

Ce problème traite du transport quantique entre deux régions régulières de l'espace de phases classique. E. Bogomolny et D. Rouben ont obtenu une formule semi-classique pour le courant électronique qui traverse un double puits résonnant soumis à un champ magnétique extérieur. Les orbites classiques qui donnent la contribution principale et les effets d'interférence associés ont été identifiées. Les résultats obtenus permettent d'expliquer certains aspects des expériences de transport résonnant réalisées par le groupe L. Eaves à Nottingham et celui de G. Boebinger aux laboratoires Bell.

De manière générale, les orbites classiques complexes jouent un rôle dans l'effet tunnel ainsi que dans la caractérisation des propriétés spectrales des systèmes mixtes. P. Leboeuf et A. Mouchet ont réalisé une étude systématique de la classification de Meyer des bifurcations dans des systèmes Hamiltoniens à deux dimensions. Elle généralise le schéma des orbites périodiques complexes et donne les contributions semiclassiques correspondantes dans les formules des traces pour le spectre d'énergie.

Dans une étude plus récente, O. Brodier, P. Schlagheck et D. Ullmo calculent la largeur de bande induite par effet tunnel dans un système 1D périodique soumis à une perturbation dépendante du temps. La perturbation produit une transition classique vers le chaos. Leur résultat est applicable dans un régime de faible perturbation qui décrit un processus tunnel en plusieurs étapes : un transport résonant vers la séparatrice suivi d'un processus tunnel ordinaire à travers une orbite complexe. Leur étude met en évidence différents régimes liés à la compétition entre ces processus.

I.2. Statistiques spectrales

La motivation principale de ces travaux est d'établir des liens entre les propriétés classiques et quantiques de systèmes chaotiques. La conjecture de Bohigas, Giannoni et Schmit est une des pierres angulaires dans ce domaine, autour de laquelle s'articulent une bonne partie des travaux et des ramifications vers d'autres domaines. Elle stipule que les propriétés statistiques des niveaux d'énergie de systèmes chaotiques génériques coïncident avec celles des valeurs propres d'un ensemble de matrices aléatoires. Dans l'autre cas extrême, qui est celui des systèmes intégrables, les valeurs propres sont généralement distribuées comme des variables indépendantes (Poisson).

Perturbations singulières. Des progrès considérables ont été réalisés depuis quelques années dans la description de systèmes intégrables ou chaotiques auxquels on ajoute une perturbation singulière. Trois perturbations différentes ont été considérées en détail : un centre diffuseur de taille très faible (potentiel delta), la présence d'un coin dans un billard, et une ligne de flux type Aharonov-Bohm.

D'un point de vue semi-classique, la caractéristique distinctive de ces systèmes est la présence d'un nombre important d'orbites diffractives. Toutefois il n'existe pas de formule générale qui prenne en compte de manière uniforme leur contribution à la densité d'état quantique dans la formule de Gutzwiller. E. Bogomolny, N. Pavloff et C. Schmit ont développé une théorie permettant d'inclure la diffraction multiple. Les résultats obtenus sont en excellent accord avec les simulations numériques. Ce travail constitue l'étude la plus systématique à ce jour de la formule des traces pour un système singulier.

Un cas particulièrement intéressant est celui des billards polygonaux dont tous les angles sont commensurables avec π , dits pseudo-intégrables. De nombreuses études numériques effectuées par C. Schmit indiquent que ces systèmes possèdent des propriétés statistiques intermédiaires entre les deux grandes classes d'universalité mentionnées plus haut, et présentent de fortes similitudes avec celles observées à la transition métal-isolant dans le modèle d'Anderson à trois dimensions.

Dans le but de comprendre ces résultats numériques, E. Bogomolny, U. Gerland et C. Schmit ont développé plusieurs modèles qui possèdent des statistiques intermédiaires et qui permettent un calcul analytique explicite. C'est notamment le cas du billard rectangulaire avec un potentiel singulier à l'intérieur (billard de Seba), et aussi des modèles de matrices aléatoires qui, dans leur interprétation électrostatique, ont une interaction logarithmique sur une distance finie. Ces deux modèles ont été repris et développés par la suite. Il a aussi été démontré que le billard de Seba possède asymptotiquement les mêmes statistiques spectrales que les solutions de l'équation de Schrödinger sur un graphe en forme d'étoile. Cette connexion suggère un lien intéressant entre les systèmes dynamiques et les graphes. Plus récemment, les corrélations à deux points du spectre d'énergie d'un sous-ensemble de billards pseudo-intégrables ont été calculées explicitement pour des grandes distances. L'ensemble de ces résultats accrédite l'idée qu'il existe des classes d'universalité intermédiaires entre Poisson et matrices aléatoires dans les systèmes dynamiques. Pour conclure, mentionnons le fait qu'une perturbation singulière ne modifie pas les statistiques spectrales d'un système totalement chaotique.

En dehors des perturbations singulières, des progrès ont été effectués dans les deux cas limites (intégrables et totalement chaotiques). E. Bogomolny a trouvé une méthode de calcul pour le produit de sommes sur orbites périodiques dans les systèmes intégrables. L'approche met en évidence l'existence de nouveaux points stationnaires dans les sommes multiples. Dans l'autre cas extrême des systèmes diffusifs et chaotiques, une théorie qui exprime la covariance de l'espacement entre niveaux d'énergie consécutifs en termes de fonctions zêta dynamiques classiques a été développée. Le résultat montre l'existence d'une structure hiérarchique de résonances classiques dans un objet purement quantique. Le cas de la fonction zêta Riemann a été analysé en détail.

I.3. Transport dans les systèmes classiques mixtes

Les systèmes mixtes présentent une structure entremêlée (fractale) d'orbites régulières et chaotiques. Ceci peut conduire à des propriétés de transport assez singulières dans la zone chaotique. Afin de clarifier ce comportement, P. Leboeuf a calculé analytiquement les coefficients de transport (diffusion) pour un système déterministe qui possède une dynamique classique mixte (application de Harper pulsée). Ces calculs décrivent les oscillations irrégulières du coefficient de diffusion observées en fonction d'un paramètre de contrôle. Pour certaines valeurs de ce paramètre une diffusion anormale de type vol de Lévy est observée dans les simulations numériques. Toutefois la théorie actuelle ne permet pas de calculer l'exposant de cette diffusion anormale.

I.4. Etats propres de systèmes chaotiques et polynômes aléatoires

Au début des années 90, E. Bogomolny, O. Bohigas et P. Leboeuf ont montré qu'il existait un lien entre les propriétés statistiques des états propres de systèmes chaotiques et la distribution des zéros de polynômes à coefficients aléatoires. Les résultats obtenus pour le groupe $SU(2)$ ont été généralisés à d'autres géométries, comme le plan et la pseudosphère. P. Leboeuf a montré que les zéros de la représentation de Bargmann des états quantiques associés à des systèmes ayant une symétrie W_1 (resp. $SU(1,1)$) sont uniformément répartis sur le plan (resp. le plan hyperbolique). Par ailleurs, on peut démontrer que les corrélations locales de ces zéros sont universelles, indépendantes de la géométrie ou des particularités du modèle utilisé. Des études de la dynamique de ce gaz de zéros lorsque les coefficients du polynôme effectuent un mouvement brownien, et en particulier la forme asymptotique de la distribution des pas des zéros, sont en cours (O. Bohigas, P. Leboeuf et S. Nechaev).

I.5. Perspectives

Plusieurs directions générales énoncées dans la suite sont prévisibles. Par contre, le degré d'implication dans chacune d'elles de la part des membres du laboratoire ne l'est pas.

Problèmes physiques fondamentaux concernant le lien entre systèmes classiquement chaotiques et leur analogue classique.

- Plusieurs aspects de la théorie des matrices aléatoires qui semble loin d'être épuisée (voir les développements des années récentes). En particulier, lien entre la théorie d'orbites périodiques et la théorie des matrices aléatoires, rôle des résonances de l'opérateur classique de Perron-Frobenius dans le régime quantique etc?, lien entre systèmes fermioniques ou bosoniques avec des interactions aléatoires et les ensembles de Wigner-Dyson. Extensions (possibles?) des méthodes développées pour des systèmes avec peu de degrés de liberté à des systèmes en contenant beaucoup.

- Problèmes concernant des applications physiques ou des extensions dans des directions nouvelles, avec des collaborations possibles avec d'autres laboratoires. Par exemple, étude de systèmes mésoscopiques, propriétés de transport etc? qui connaît un développement expérimental considérable. L'interface désordre-chaos est susceptible d'y jouer un rôle important. Ou encore vibrations de plaques ou coques métalliques ou problèmes liés au retournement temporel et divers aspects de la propagation d'ondes ultrasonores dans des milieux réverbérants ou diffusifs.

- Problèmes mathématiques dont la formulation en termes 'physiques' peut conduire à des résultats nouveaux. L'exemple le plus connu consiste en l'étude de certaines propriétés des zéros de la fonction zêta de Riemann. Plus généralement, il s'agit de l'interface entre systèmes dynamiques chaotiques, théorie de matrices aléatoires, théorie des nombres, théorie d'orbites périodiques.

II. PHYSIQUE STATISTIQUE DES SYSTEMES EN BASSE DIMENSION

L'équipe " physique statistique des systèmes en basse dimension " regroupe deux chercheurs CNRS, S. Ouvry et S. Nechaev et deux enseignants chercheurs, A. Comtet et J. Desbois. Au cours de ces dernières années cette équipe a formé un nombre important de thésards dont certains ont obtenus des postes permanents en recherche (C. Monthus et C. Texier). Cette équipe continue à attirer d'excellents étudiants et post-docs. Elle bénéficie actuellement de la présence de K. Imura, post-doc Japonais qui collabore avec S. Ouvry et d' un thésard (R. Voituriez) encadré par S. Nechaev.

II.1. Fonctionnelles exponentielles et systèmes désordonnés

Une série de travaux ont été consacrés à l'étude des fonctionnelles exponentielles du mouvement Brownien. Ces fonctionnelles apparaissent dans de nombreux domaines allant de l'étude de la diffusion en milieu aléatoire jusqu'à celle de la localisation quantique. A. Comtet, C. Monthus et M. Yor (laboratoire de probabilités de Paris 6) ont établi plusieurs relations nouvelles auxquelles obéissent ces fonctionnelles.

Comtet et C. Texier ont observé que ces fonctionnelles intervenaient dans l'étude de la diffusion par un potentiel aléatoire. Leur travail s'inscrit dans le contexte de l'étude des propriétés de transport de systèmes désordonnés ou chaotiques en basse dimension. C'est un domaine très vivant qui a donné lieu à de nombreux travaux motivés par des considérations aussi bien théoriques qu'expérimentales. Il s'agit de déterminer les propriétés statistiques de la matrice de diffusion et de certaines quantités directement reliées telles que le temps de Wigner. Le temps de Wigner est le temps passé par un paquet d'onde d'énergie E dans la région d'interaction. La plupart des travaux antérieurs étaient basés sur la théorie des matrices aléatoires. L'étude des propriétés statistiques du temps de Wigner a été entreprise par des méthodes de matrices aléatoires. Or cette approche ne s'applique pas aux systèmes unidimensionnels dans lesquels subsistent des effets de localisation forte. De nouvelles approches analytiques utilisant les équations différentielles stochastiques ont donc dû être développées. On a ainsi pu démontrer que le temps de Wigner obéit à une loi large dont l'origine physique résulte de l'existence d'états localisés au sein de la région désordonnée; ces états sont capables de piéger la particule pendant un temps très long. Des simulations numériques très précises effectuées par C. Texier ont confirmé l'ensemble des résultats analytiques.

II.2. Chaînes de spins quantiques antiferromagnétiques

En l'absence de désordre, les chaînes antiferromagnétiques de spin S demi-entier présentent des corrélations en loi de puissance et des excitations sans gap alors que celles avec spin entier sont caractérisées par des corrélations exponentielles, un gap de Haldane et un ordre topologique à longue portée. En présence de désordre dans les couplages antiferromagnétiques pour la chaîne $S=1/2$, la méthode de renormalisation dans l'espace réel de Ma et Dasgupta permet d'étudier les propriétés de basse température de ces chaînes: le désordre engendre une phase de singulets aléatoires dans laquelle la susceptibilité présente un comportement

logarithmique à basse température. Dans une collaboration avec T. Jolicoeur et O. Golinelli (SPHT Saclay), C. Monthus a montré comment généraliser cette approche au cas des chaînes de spin 1. Il ressort de ce travail que la phase de singulets aléatoires qui apparaît pour un désordre infinitésimal dans le cas $S=1/2$ apparaît seulement au delà d'un désordre critique pour $S=1$. En dessous de ce désordre critique un ordre topologique à longue portée subsiste et la susceptibilité magnétique présente un comportement en loi de puissance avec un exposant dépendant continûment du désordre. Ces auteurs ont montré que cette transition de phase, comme fonction du désordre, pouvait être interprétée en terme de transition de percolation.

II.3. Marches aléatoires et processus de réaction diffusion en milieu désordonné unidimensionnel

Ces techniques de renormalisation dans l'espace réel peuvent être utilisées dans l'étude de la diffusion en milieu aléatoire. En collaboration avec P. Le Doussal et D. Fisher, C. Monthus a montré que, malgré leur caractère approché, ces méthodes sont capables de fournir des résultats asymptotiques exacts. Un test décisif de ces techniques est fourni par le modèle de Sinai. Dans ce cas on retrouve non seulement les comportements logarithmiques habituels à grand temps mais aussi le résultat exact des mathématiciens Kesten et Golosov pour la distribution asymptotique. Un grand nombre de résultats nouveaux ont été obtenus concernant en particulier les propriétés de récurrence et de vieillissement.

Certaines de ces questions ont été étudiées indépendamment par D. Dean et A. Comtet. Ces derniers ont utilisé une approche alternative utilisant une représentation des probabilités de transition en terme de fonctionnelles exponentielles. Celle-ci se révèle toutefois beaucoup plus difficile à mettre en oeuvre dans le cas des quantités à plusieurs temps.

Les techniques de renormalisation dans l'espace réel permettent également d'aborder le problème de plusieurs particules diffusant dans un milieu aléatoire et réagissant selon des processus de coagulation ou d'annihilation. De nouveaux exposants dynamiques ont pu être ainsi obtenus. Cette approche a aussi permis d'étudier la dynamique de Glauber de la chaîne d'Ising classique en champ aléatoire et à basse température. Celle-ci peut en effet être décrite comme un processus de réaction diffusion en milieu aléatoire pour les parois de domaines. De nouveaux résultats sur les propriétés de persistance ont été obtenus par C. Monthus et ses collaborateurs.

II.4. Transport électronique et impuretés magnétiques

L'étude du transport quantique dans les systèmes magnétiques bidimensionnels est un sujet d'actualité en grande partie motivé par des développements expérimentaux récents. Une des questions les plus débattues a trait au rôle du désordre: en effet les systèmes réels contiennent toujours des imperfections sous la forme d'impuretés ou de désordre de type structural. Dans le cas de l'effet Hall quantique, les arguments basés sur la localisation des états par le désordre permettent de comprendre l'origine des plateaux dans la conductivité Hall mais ils n'ont qu'au plus une valeur heuristique. Des modèles analytiques prenant en compte le désordre et permettant de calculer explicitement les propriétés de transport présentent donc le plus grand intérêt. C'est dans ce contexte que s'inscrivent les travaux de J. Desbois, C. Furtlehner, S. Ouvry et C. Texier.

J. Desbois, C. Texier et S. Ouvry ont introduit un modèle désordonné dans lequel le désordre apparaît sous la forme d'impuretés magnétiques distribuées de façon aléatoire dans le plan. Une analyse combinant à la fois des méthodes probabilistes, des simulations numériques, et une approche perturbative a permis d'estimer la valeur critique de la constante de couplage désordonnée en deçà de laquelle des oscillations de Landau apparaissent dans la densité d'état, avec des niveaux de Landau élargis par le désordre. L'effet d'une statistique fermionique pour les impuretés a aussi été étudié. Enfin ce modèle, projeté sur le niveau de Landau le plus bas d'un champ magnétique extérieur, a pu être relié à un modèle d'impuretés delta dans le niveau de Landau le plus bas, dont la densité d'état est connue exactement. J. Desbois, S. Ouvry et C. Texier ont effectué un calcul des propriétés de transport, utilisant le formalisme de la réponse linéaire, qui a permis d'obtenir la conductivité Hall de ce système au premier ordre de la théorie des perturbations dans la constante de couplage du désordre. Il apparaît des oscillations au dessus de la droite classique qui rendent ainsi partiellement compte des résultats de Von-Klitzing et al. pour le transport Hall en présence d'impuretés répulsives.

Une autre direction de recherche a été poursuivie par les mêmes auteurs. Plusieurs questions relatives à la magnétisation et aux courants permanents de systèmes électroniques bidimensionnels sans interaction ont été réanalysées d'un point de vue thermodynamique. Des effets liés au spin ont été étudiés de façon très détaillée et

ont ainsi permis de clarifier certaines ambiguïtés présentes dans la littérature. Les courants permanents engendrés par une distribution Poissonienne d'impuretés magnétiques ont ainsi pu être analysés.

II.5. Modèles intégrables en dimension 1 et 2, modèles des anyons et de Calogero

S. Ouvry a reexaminé la relation entre le modèle des anyons dans le niveau le plus bas d'un champ magnétique extérieur et le modèle de Calogero. Il s'agit de mettre en correspondance un système bidimensionnel avec un système unidimensionnel, réalisant tous deux microscopiquement la statistique de Haldane. Cette correspondance a pu être établie en prenant, dans le niveau de Landau le plus bas, la limite de champ magnétique nul, limite qui doit être définie de façon non ambiguë à l'aide d'un régulateur à longue distance, ici harmonique. D'autres applications de ce mécanisme de réduction dimensionnelle sont actuellement à l'étude, en particulier en relation avec la substitution de Peierls.

En collaboration avec M. Bergère et K. Imura, S. Ouvry a montré comment écrire des équations de type ansatz de Bethe thermodynamique pour un système dont le spectre est discret. Cette approche permet d'étudier la thermodynamique du modèle de Lieb et Liniger dans un puit harmonique. Ce modèle est susceptible de décrire certains aspects des condensats de Bose unidimensionnels.

Dans une collaboration avec Isakov et Lozano, S. Ouvry a proposé une généralisation non-abélienne d'une thermodynamique d'exclusion de type Haldane. Le point de départ est un modèle d'anyons non abélien restreint au niveau de Landau le plus bas d'un champ magnétique extérieur.

II.6. Mécanique statistique sur le groupe des tresses et mouvement brownien planaire

La thématique " groupes des tresses " a été initiée par S. Nechaev à son arrivée au LPTMS en 1998. Elle a donné lieu à des collaborations avec plusieurs chercheurs du laboratoire. Bien qu'il s'agisse d'une thématique nouvelle, il convient de remarquer qu'elle s'inscrit dans la continuité de nos travaux antérieurs sur les propriétés du mouvement brownien plan. C'est un sujet sur lequel nous revenons de façon épisodique. Dans un travail récent J. Desbois a montré comment calculer analytiquement la distribution de l'aire algébrique enserrée par une courbe Brownienne fermée se développant dans un potentiel aléatoire. Il démontre que la distribution limite est donnée par une loi Gaussienne. Ce résultat analytique a pu être confirmé par des simulations numériques. Un autre développement intéressant concerne les propriétés statistiques d'une chaîne de Rouse constituée de n particules Browniennes élastiquement liées. En supposant la chaîne fixée à une de ses extrémités on peut calculer les distributions asymptotiques d'enroulement et les comparer à celles d'un mouvement Brownien libre.

Les contraintes topologiques jouent un rôle essentiel dans de nombreux systèmes complexes tels que les chaînes de polymères ou encore les vortex dans les supraconducteurs de type 2. Dans le cas des polymères les propriétés mécaniques seront profondément affectées par le fait que deux polymères ne peuvent se traverser mutuellement. Si l'on considère un système de chaînes quasi alignées (polymères dirigés) leur enchevêtrement pourra être codé à l'aide d'un mot construit sur le groupe des tresses. La complexité topologique du système peut être reliée à la longueur du mot réduit, c'est à dire du mot obtenu après avoir utilisé toutes les relations de groupe. Pour mener à bien ce programme, Vershik et Nechaev ont proposé de se limiter dans un premier temps au cas d'un groupe localement libre, version simplifiée du groupe des tresses obtenue en relâchant la contrainte de Yang-Baxter. Parmi les différents travaux réalisés ces dernières années citons notamment :

- une étude de l'énumération du nombre de mots de longueur fixée (Comtet, Nechaev).
- la relation avec un modèle balistique de croissance (Desbois, Nechaev)
- une étude du groupe " bidimensionnel " des tresses (Nechaev)
- une étude du comportement multifractal de marches aléatoires sur des arbres en relation avec la théorie de Liouville (Comtet, Nechaev, Voituriez).

II.7. Physique des polymères

Les propriétés de localisation ou d'ancrage de polymères dans différentes géométries ou en présence de potentiels extérieurs continuent à exercer un grand intérêt en raison de leurs applications potentielles en

physico-chimie. De nombreuses suspensions, colles ou peintures contiennent des additifs polymérisés qui influent sur la cinétique de ces systèmes. Plusieurs travaux dans ce domaine ont été effectués par S. Nechaev et C. Monthus.

1) Etude de la dynamique d'une chaîne de polymères dont une des extrémités est astreinte à se déplacer sur une ligne contenant des pièges distribués de façon aléatoire (collaboration avec M. Moreau et G. Oshanin).

2) Etude d'un modèle de localisation de chaînes de polymères interagissant avec un potentiel répulsif (Nechaev).

3) Etude de l'ancrage de chaînes de polymères sur des substrats contenant des sites chimiquement actifs (collaboration avec G. Oshanin, A.M. Cazabat et M. Moreau).

4) Localisation d'un hétéropolymère aléatoire à l'interface entre deux solvants sélectifs : C. Monthus a étudié ce problème dans le cadre du modèle de Garel et al. en utilisant une méthode de renormalisation dans l'espace réel.

II.8. Mécanique quantique sur des graphes

Ces travaux ont pour origine l'étude de réseaux de conducteurs mésoscopiques faiblement désordonnés. Des travaux récents de G. Montambaux ont montré que, dans le cadre de la théorie de la localisation faible, les propriétés thermodynamiques ainsi que les propriétés de transport de ces systèmes diffusifs pouvaient être décrites dans un cadre unifié. L'objet central est le déterminant spectral d'un certain opérateur différentiel. Dans le cas des graphes, une formule explicite pour ce déterminant a été obtenue par G. Montambaux et ses collaborateurs. Nous avons repris ce problème dans un cadre plus systématique en étudiant les propriétés générales du déterminant spectral du laplacien sur un graphe. Nous avons obtenu plusieurs expressions différentes du déterminant spectral. L'une d'elle permet de réexprimer le déterminant en terme des orbites périodiques sur le graphe. Cette approche a été appliquée avec succès au cas d'un anneau mésoscopique traversé par un flux de Bohm-Aharonov (Akkermans, Comtet, Desbois, Montambaux, Texier). Elle permet également de faire le lien avec les travaux mathématiques de Roth sur le développement du noyau de la chaleur. A la suite de ce travail, J. Desbois a obtenu une formule générale pour le déterminant spectral d'un opérateur de Schrödinger défini sur un graphe. Certains de ces résultats ont des prolongements mathématiques qui sont en cours d'étude. Nous obtenons en particulier une généralisation de la formule d'Ihara qui exprime le déterminant discret en termes de certaines marches aléatoires fermées sur le graphe.

II.9. Perspectives:

- *Physique de l'effet Hall Quantique:* l'étude de ce sujet est susceptible de se développer dans différentes directions. Le rôle que joue le désordre au niveau des propriétés de transport est loin d'être entièrement compris. L'expérience acquise par notre équipe dans l'étude des systèmes désordonnés en basse dimension et dans celle des statistiques quantiques laisse entrevoir d'intéressants développements. L'étude des liens entre les modèles unidimensionnels (de type Calogero) et bidimensionnels sera poursuivi.

- *Etude des graphes et de leurs propriétés spectrales:* ce sujet offre des perspectives intéressantes non seulement dans le contexte de la physique mésoscopique mais aussi pour ses relations avec certains aspects mathématiques.

- *Etude de marches aléatoires sur le groupe des tresses:* même si les perspectives d'application à la physique des polymères restent relativement lointaines, c'est un sujet à l'interface entre les mathématiques et la physique qui mérite incontestablement d'être exploré.

III. FLUIDES CLASSIQUES ET QUANTIQUES

III.1. FLUIDES CLASSIQUES

Cette équipe est composée de deux permanents : un chercheur CNRS (X. Campi) et un enseignant chercheur (H. Krivine). Elle a bénéficié en 98 et 99 de la collaboration d'un boursier P & M. Curie (A. Puente) et d'un étudiant (N. Sator) qui a soutenu sa thèse en septembre 2000.

L'étude des liens entre les propriétés thermodynamiques d'un fluide (notamment ses comportements critiques) et sa morphologie (notamment la distribution en taille des amas de particules) est un sujet qui concerne une grande variété de situations physiques. Du point de vue théorique, cette étude a une solide tradition qui remonte aux travaux de Mayer, Hill, Fisher, ou Coniglio, parmi beaucoup d'autres. L'un des problèmes récurrents est la définition même de la notion d'amas "physique". Il est clair que cette définition ne peut pas être universelle, mais qu'au contraire elle doit s'adapter à la nature du problème considéré. Dans les travaux dont il est ici question, on a développé la notion d'amas énergétiquement stable par émission de particules et examiné ses conséquences en ce qui concerne le comportement morphologique du fluide, notamment ses propriétés de percolation.

Le point de départ de ces études a été l'analyse des distributions en taille des amas produits lors de la fragmentation de petits systèmes (agrégats et noyaux atomiques). Les résultats expérimentaux suggèrent que ces phénomènes se produisent à l'équilibre thermodynamique. Or il a été montré qu'on pouvait rendre parfaitement compte de ces distributions par la théorie de la percolation, et ceci sans l'aide de paramètres ajustables. Afin de comprendre cette dualité, on a étudié dans un premier temps le modèle du gaz sur réseau et montré qu'une définition des amas basée sur un critère énergétique conduit à un comportement de percolation pratiquement identique à celui du modèle de Coniglio-Klein. Dans un deuxième temps, ces études ont été étendues aux fluides simples réels (gaz nobles, par exemple). On a prédit, en particulier, l'existence d'une ligne de percolation qui part du point critique thermodynamique. Cette ligne devrait être observable expérimentalement.

III.1. 1. Fragmentation de noyaux atomiques

Une collaboration avec des équipes d'expérimentateurs qui analysent des résultats de fragmentation nucléaire auprès des détecteurs ALADIN à GSI (Darmstadt) et INDRA à GANIL (Caen) a été poursuivie. Les résultats obtenus par ces deux équipes montrent des différences subtiles, mais très intéressantes pour comprendre l'influence du mode d'excitation du noyau.

Les distributions en taille des fragments ont une forme convexe (loi de puissance, exponentielle) dans le premier cas, alors qu'elles sont toujours concaves dans le second. Dans le premier cas, il s'agit de collisions périphériques avec des projectiles de haute énergie (600-1000 MeV/nucléon). Il y a peu (ou pas) de compression de la matière nucléaire et la fragmentation se produit par un mécanisme de brisure de liens entre nucléons proches voisins. Ces résultats sont très bien reproduits par un modèle de percolation, sans recours à aucun paramètre ajustable. Dans le deuxième cas, il s'agit de collisions centrales à basse énergie (25-50 MeV/nucléon). Il y a une compression initiale importante, qui est suivie d'une émission de nucléons de pré-équilibre. Le système résiduel a probablement le temps de se thermaliser avant de se fragmenter. Les modèles de fragmentation nucléaire (SMM, MMMC), basés sur une hypothèse d'équilibre thermodynamique, rendent compte correctement des distributions de fragments, mais à condition d'ajuster librement la masse, la densité et l'énergie d'excitation du système au moment de la fragmentation. L'origine de la concavité de ces distributions ainsi que la forme des spectres d'énergie cinétique des fragments ne sont pas encore bien comprises.

III.1. 2. Etude des amas énergétiquement stables dans le modèle de gaz sur réseau .

X. Campi et H. Krivine ont proposé dans le cadre du modèle de gaz sur réseau (isomorphe au modèle de Ising) à 3 dimensions, une nouvelle définition des amas, qui est basée sur un critère de stabilité. Le lien entre deux particules est actif si leur énergie cinétique relative n'excède pas leur énergie potentielle. Un amas consiste en un ensemble de particules reliées par des liens actifs. Avec cette définition, ils ont obtenu, à l'aide de simulations numériques, les résultats suivants :

i) Les amas ainsi définis sont, en moyenne, stables par émission de particules.

ii) La probabilité d'activation des liens, pour un système avec une distribution maxwellienne de vitesses, est pratiquement équivalente à celle introduite par Coniglio et Klein, $p=1-\exp(-e/2T)$ (e étant l'énergie de lien du modèle de gaz sur réseau et T la température).

iii) Il en découle, que sur le diagramme de phase densité-température, il existe une ligne critique de percolation, qui va du point critique thermodynamique au point critique de percolation de liens. Sur cette ligne, les exposants critiques associés à la distribution en taille des amas sont compatibles avec ceux de la percolation aléatoire.

iv) Cette ligne critique de percolation est approximativement isoénergétique (cette propriété est d'autant mieux satisfaite que la coordinence du réseau est grande).

Lignes de percolation dans un fluide simple supercritique .

Afin de vérifier, dans le cas de systèmes plus réalistes, la robustesse des résultats précédents obtenus sur réseau, une étude des amas énergétiquement stables et des lignes de percolation qui apparaissent dans un fluide de particules classiques a été entreprise. Des calculs de dynamique moléculaire et Monte-Carlo permettent d'aboutir aux résultats suivants :

i) Des amas énergétiquement stables sont présents dans la phase supercritique. On peut leur attribuer une température " effective " inférieure à celle du fluide.

ii) La forme de la distribution en taille de ces amas change brusquement lors de la traversée de la ligne de coexistence liquide-gaz, signalant la formation d'un amas macroscopique dans la région biphasique.

iii) Ces amas engendrent une ligne critique de percolation qui démarre (aux incertitudes numériques près) au point critique thermodynamique. Cette ligne est caractérisée par les exposants critiques de la percolation aléatoire.

iv) Dans des petits systèmes (quelques dizaines ou centaines de particules) les mêmes propriétés sont observées, bien qu'atténuées par les effets de taille finie. Le long des lignes iso-énergétiques de la phase supercritique la distribution en taille des amas est invariante.

v) La simulation en dynamique moléculaire de l'expansion soudaine d'une gouttelette de fluide, montre que les amas énergétiquement stables définis initialement dans le fluide dense sont les précurseurs des fragments qui sont observés à la fin du processus de fragmentation.

Ces résultats, obtenus pour un fluide de Lenard-Jones, sont certainement génériques pour les fluides simples, i.e. constitués de particules classiques interagissant avec un potentiel à courte portée et dont on peut négliger les effets de leur structure interne.

III.1. 3. Travaux en cours et perspectives.

Les travaux actuels concernent la simulation numérique des expériences envisagées pour mettre en évidence la ligne critique de percolation. Une collaboration dans ce sens a été engagée avec des équipes d'expérimentateurs, dans le cadre du GDR 1880 "Physico-Chimie du milieu supercritique".

Par ailleurs, est envisagé d'appliquer les notions "d'amas stables" que nous avons développées à des problèmes de solvation, domaine dans lequel la physico-chimie des fluides supercritiques est en pleine expansion, mais qui demeure insuffisamment compris sur le plan théorique.

III. 2. FLUIDES QUANTIQUES.

Les aspects concernant la physique des fluides quantiques concernent principalement l'étude des condensats de Bose, et portent sur l'étude des phénomènes de transport dans ces systèmes.

La possibilité de pouvoir, dans un futur proche, diriger des gaz d'atomes dilués dans des guides de géométries variées ouvre en effet un large champ d'investigation de phénomènes de transport, d'interférence et de cohérence de phase.

C'est dans cette perspective que P. Leboeuf et N. Pavloff ont entamé l'étude d'un système condensé de Bose dirigé dans un guide d'onde formant un coude. Plus généralement, ils se sont intéressés à l'incidence d'un obstacle (potentiel attractif ou répulsif) sur le profil de densité et la phase du condensat.

En variant la vitesse du faisceau (rapportée à celle du son dans le système), la taille de l'obstacle (relativement à la longueur de relaxation) et l'intensité du potentiel, on observe une large gamme de comportements

(augmentation ou diminution de la densité dans la région de l'obstacle, accrochage d'un ou plusieurs solitons sur l'obstacle, émission d'une onde sonore, etc?).

Dans un futur proche, il serait intéressant de développer pour cette physique non-linéaire des concepts voisins de ceux qui sont communément employés lors de l'étude des phénomènes de transport quantique cohérent (dans la physique des systèmes mésoscopiques notamment).

S'ouvre ainsi un large champ d'investigation qui permet d'appréhender sous un nouvel angle, les phénomènes tels que (la liste n'est pas exhaustive) :

Les oscillations de Josephson, le rôle du désordre, les approches de type Landauer?

IV. SYSTEMES DESORDONNES ET OPTIMISATION COMBINATOIRE

Cette équipe animée à l'origine par O. Martin s'est vue renforcée récemment par la venue dans le laboratoire de M.Mézard. En plus de ces deux permanents, l'équipe bénéficie de la présence d'un nombre assez important d'étudiants, postdocs et visiteurs.

Etudiants: O. Martin encadre actuellement la thèse de F. Krzakala (DEA CPM). M. Mézard encadre M. Cogoni (boursier italien au laboratoire pour un an), et la thèse de M. Müller (étudiant de l'ETH Zurich, ayant obtenu une bourse du DEA CPM). S'y ajoutent des contacts réguliers avec des étudiants qui préparent leur thèse dans d'autres groupes mais dont la responsabilité est partagée avec nous (Ratiéville à Rome avec G. Parisi, Bertin et Lamarq au SPEC avec J.-P. Bouchaud).

Postdocs: Nous avons eu C. Santos da Silva (deux ans via une bourse du Portugal), et accueillerons à partir de janvier 2001 F. Zuliani (deux ans via une bourse M. Curie).

Visiteurs: E. Marinari a été Professeur invité de l'IUF pour un mois en 2000. Pour l'année 2001, les visites suivantes sont prévues: H. Yoshino pour deux mois, R. Zecchina pendant 5 mois (via un poste rouge au CNRS), et G. Parisi un mois (en tant que Professeur invité à l'Université de Paris-Sud).

Nous bénéficions par ailleurs de contacts scientifiques étroits avec d'autres chercheurs du secteur, en particulier à Saclay (Bouchaud, De Dominicis, ainsi que leurs visiteurs et post-docs). Le groupe de travail sur les verres de spin que nous avons initié avec eux se réunit tous les quinze jours depuis plus d'un an. Nous avons par ailleurs créé en septembre 2000 un nouveau séminaire hebdomadaire centré sur les systèmes désordonnés qui est organisé en commun avec le Laboratoire de Physique Théorique, et se tient en alternance dans notre groupe et au bâtiment 210, et auquel participent également d'autres chercheurs des environs. Ce séminaire devrait être l'occasion de renforcer nos contacts scientifiques avec nos collègues du LPT.

IV.1. DOMAINES DE RECHERCHE

La thématique de cette équipe est pluridisciplinaire, tout en s'ancrant sur une expertise solide en physique statistique des systèmes désordonnés. Comme on le verra, les thèmes abordés vont de la matière condensée (étude des systèmes vitreux -- verres de spins et verres structuraux --, électrons en milieu aléatoire) à la biophysique (molécules d'ADN) mais aussi à l'optimisation combinatoire et jusqu'à la modélisation de systèmes économiques.

La raison de cette diversité est à rechercher dans l'évolution de la physique statistique des systèmes désordonnés au cours des deux dernières décennies. La résolution de la théorie de champ moyen des verres de spin a en effet ouvert la voie à tout un ensemble de développements permettant d'étudier le comportement collectif d'un ensemble de particules en interactions, dans le cas où ces particules sont disparates, c'est à dire voient des environnements différents ou bien possèdent des réseaux d'interactions individualisés. Cette évolution permet de s'intéresser à toutes sortes de problèmes dans lesquels les `particules' en question peuvent être des spins (verres de spin), des atomes (verres structuraux), mais aussi des neurones (réseaux de neurones), des acides aminés (protéines), voire des agents économiques.

Cette physique des systèmes désordonnés s'est beaucoup développée et ouverte au cours des années récentes, en parallèle avec l'approfondissement des thèmes traditionnels, à commencer par celui des verres de

spin en dimension finie. L'activité de notre groupe s'inscrit dans cette double problématique. Nous passons en revue ci-dessous quelques résultats obtenus parmi les plus significatifs, avant d'aborder plus loin la prospective.

IV.2. THEMES DE RECHERCHE ABORDES:

IV.2.1. Verres de spin

Dans tous les systèmes, avec ou sans désordre, la limite de grande dimension peut s'identifier avec la limite de portée infinie des interactions. Cette limite est généralement soluble, et dans le cas des verres de spins, la solution est due à Parisi. Mais cette solution est hautement non-triviale et est associée à deux propriétés n'apparaissant pas dans les systèmes sans frustration: la brisure de symétrie des répliques et une organisation ultramétrique des états d'équilibre. Ces propriétés sont-elles une pathologie de la dimension infinie, ou sont-elles pertinentes jusqu'à une dimension critique? Et où se situe cette dimension critique par rapport à 3? Ces questions restent des sujets de controverses malgré 20 ans de recherches. En l'absence de consensus, limitons nous à dire que l'école de Rome autour de Parisi a fait beaucoup de simulations numériques qui suggèrent que la symétrie des répliques est brisée en dimension 3, mais que l'ultramétrie reste énigmatique.

Comme les approches analytiques rencontrent de très grands obstacles quand il s'agit de systèmes en dimension finie, notre contribution à l'étude de ces questions est phénoménologique et numérique. Nous avons mis l'accent sur un point de vue euclidien, c'est à dire que nous cherchons à obtenir une vision dans l'espace tri-dimensionnel de ce qui se passe dans la phase gelée des verres de spin. Nous avons ainsi été conduit à considérer que les différences entre des états d'équilibre forment des objets en trois dimension qui sont des "éponges", remplissant l'espace par leur volume et leur surface. De même, nous avons cherché à relier le paysage d'énergie d'un Hamiltonien verre de spins à son paysage d'énergie libre; ceci ouvre des possibilités pour comprendre s'il y a ou pas du chaos en température dans ces systèmes. Finalement, par simulation numérique, nous avons étudié deux propriétés importantes.

D'abord, nous avons regardé l'influence d'un champ magnétique uniforme sur la phase verre de spin; cette étude est en train d'être approfondie en collaboration avec Marinari et Parisi. D'autre part en regardant l'effet d'un champ magnétique sur deux spins, nous trouvons en dimension 3 qu'il existe des excitations globales (comprenant une fraction finie du système) dont l'énergie est d'ordre 1.

Ceci confirme la prédiction du champ moyen et contredit sans ambiguïté l'approche concurrente basée sur des arguments d'échelles. Nous avons ensuite caractérisé ces excitations du point de vue topologique et géométrique.

Un autre aspect de notre travail sur les verres de spin a été d'établir un lien entre la dynamique hors d'équilibre et les propriétés d'équilibre. Le paramètre d'ordre des verres de spin à l'équilibre, la fameuse distribution $P(q)$ des recouvrements entre configurations thermalisées, n'est malheureusement pas observable directement, tout simplement parce qu'on ne sait pas fabriquer un verre de spin à l'équilibre dans sa phase basse température. Dans cette phase, les expériences concernent la dynamique hors équilibre, pour laquelle une modification de la relation de fluctuation dissipation a été prédite, mais pas encore observée. Nous avons montré, en collaboration avec Franz, Parisi et Peliti, comment la mesure du rapport de fluctuation dissipation permet une mesure indirecte du paramètre d'ordre $P(q)$. Reste à attendre les résultats expérimentaux.

Mentionnons finalement un progrès récent qui semble relativement technique mais ouvre peut-être la voie à des progrès importants. Il s'agit du problème de verre de spin sur le réseau de Bethe. Curieusement, ce problème, après presque vingt-cinq ans de travaux, n'est toujours pas résolu: les travaux connus de Thouless par exemple se limitent à une solution ayant la symétrie des répliques, dont on sait depuis longtemps qu'elle est fautive. Tout récemment nous avons trouvé une méthode permettant de trouver la solution à un pas de brisure de la symétrie des répliques dans tous ces problèmes de type verre de spin à connectivité finie. Cette solution devrait permettre de résoudre complètement un certain nombre de problèmes d'optimisation combinatoire (cf. paragraphe suivant) qui sont des problèmes à connectivité finie et dont le schéma de brisure correspond à un seul pas.

IV.2.2. Optimisation combinatoire

L'optimisation combinatoire permet de sonder des propriétés essentielles des systèmes désordonnés: quel est l'effet d'une perturbation, les états de basse énergie sont-ils organisés hiérarchiquement, etc... Des études fines

d'optimisation permettent de tester les différentes prédictions théoriques (champ moyen ou approche par lois d'échelle) en dimension finie. Un grand avantage de cette approche est qu'elle ne souffre pas de problèmes d'équilibre thermique, contrairement aux simulations Monte Carlo. On comprend alors pourquoi l'optimisation combinatoire peut être d'intérêt aux physiciens des systèmes désordonnés. Inversement, les résultats de la physique statistique éclairent la nature de certains problèmes d'optimisation combinatoire, et devraient aussi contribuer à l'élaboration de meilleurs algorithmes numériques en recherche opérationnelle et/ou en optimisation discrète.

Nos travaux suivent ces deux voies: d'une part nous utilisons des approches d'optimisation numérique pour mieux comprendre la nature des systèmes désordonnés, d'autre part nous utilisons nos intuitions "physiques" pour développer des algorithmes d'optimisation plus performants.

Le problème d'optimisation où l'analyse théorique est la plus poussée est celui du couplage minimum; nous nous sommes donc d'abord penché sur l'étude numérique de ce modèle. Nous avons trouvé que la limite de grande dimension était singulière, mais que néanmoins le champ moyen permettait une compréhension quantitative en dimension finie, en particulier au niveau du paysage d'énergie. La compréhension de ce système nous a ensuite poussé à faire une étude des états de basse énergie dans les verres de spins, donnant les résultats déjà mentionnés et conduisant à la proposition d'un nouveau scénario pour les verres de spin en dimension finie que nous appelons TNT. Notons que ce type d'analyse numérique n'est pas limité aux dimensions finies: nous avons aussi trouvé des résultats inattendus dans le modèle SK à portée infinie.

L'autre pan de nos travaux en optimisation combinatoire est le développement de nouveaux algorithmes performants. En effet, trouver le fondamental d'un système désordonné est le plus souvent un problème NP-difficile. Le physicien ayant besoin de traiter des systèmes à un grand nombre de degrés de liberté (plus de 1000 spins par exemple), il faut trouver des méthodes numériques de plus en plus performantes. Nous avons proposé et testé l'idée d'inclure des transformations de groupe de renormalisation dans les algorithmes d'optimisation combinatoire. Cette approche s'est révélée très puissante, et est devenu l'outil principal pour toutes nos études numériques.

Une des conclusions que nous tirons de tous ces travaux est que l'optimum de nombreux problèmes NP-difficiles est très sensible à une perturbation, même petite. Ceci a des conséquences dans de nombreux domaines scientifiques et technologiques où on doit résoudre un problème inverse pour reconstruire un objet (un message, une image obtenue par tomographie, etc...). En l'absence d'une grande redondance des données, il se peut qu'un faible bruit change complètement l'optimum de la reconstruction.

IV.2.3. Verres structuraux

Depuis un peu plus d'une dizaine d'années, les preuves s'accumulent tendant à montrer une analogie forte entre la phénoménologie des verres structuraux fragiles et les théories de champ moyen des verres de spin discontinus (c'est à dire ceux pour lesquels le paramètre d'ordre d'Edwards Anderson est discontinu à la transition). Initialement conjecturée par Kirkpatrick Thirumalai et Wolynes, cette analogie rend compte à la fois de propriétés statiques (transition avec paramètre d'ordre discontinu mais énergie continue, crise entropique de Kauzmann), et de propriétés dynamiques (relaxation en deux temps bien décrite par le couplage de modes, vieillissement et modification de la relation de fluctuation dissipation à basse température).

Récemment nous avons entrepris une étude qui vise à aller au delà de cette simple analogie. En postulant l'existence d'une transition vitreuse similaire à celle des verres de spin discontinus, nous avons pu construire une véritable théorie microscopique des verres structuraux à l'équilibre. Afin de décrire correctement la phase vitreuse elle-même, nous considérons n répliques du système qui forment un fluide moléculaire lorsque $T < T_g$ (noter l'introduction de répliques dans ce système, qui pourtant ne contient pas de désordre gelé!). Ce fluide est formé de molécules qui contiennent chacune n atomes, un de chaque réplique. Leur cohésion est assurée par la physique de la phase vitreuse: chaque particule tend à se localiser autour des positions d'équilibre de la phase vitreuse. L'attraction entre les répliques (qui tend vers zéro) assure qu'elles vont toutes choisir le même état vitreux, d'où la formation de molécules. L'étude de ce fluide moléculaire permet de déduire les propriétés thermodynamiques de la phase vitreuse. Appliqué au cas d'un système de particules avec interactions répulsives, cette méthode a permis d'obtenir des résultats en bon accord avec ceux des simulations numériques pour la température de transition, les grandeurs thermodynamiques, et tout particulièrement l'entropie configurationnelle.

IV.2.4. Statistique des niveaux d'énergie dans les métaux

Ce thème de recherche développé par M. Mézard au cours de son séjour à Santa Barbara, en collaboration avec A. Kamenev, est un point de rencontre naturel avec les activités du groupe "chaos".

Il y a plus de trente ans, Gorkov et Eliasberg ont conjecturé que la statistique des niveaux d'énergie des électrons dans un petit grain métallique était donnée par la théorie des matrices aléatoires. Ce résultat a été établi pour des niveaux dont la différence d'énergie est inférieure à l'énergie de Thouless, et sa modification à des différences d'énergie plus grandes a également été trouvée, grâce à des techniques de supersymétrie initiées par Efetov et développées par de nombreux auteurs. Cette technique ne s'applique malheureusement pas pour des électrons avec interactions, pour lesquels la seule méthode possible est l'utilisation des répliques. Or, dans ce champ des systèmes électroniques désordonnés, cette méthode était réputée inapplicable depuis un article de 1985 par Verbaarschot et Zirnbauer qui "démontrait" que la méthode des répliques ne pouvait pas reproduire les oscillations dans la corrélation des valeurs propres, même dans le cas simple des matrices aléatoires. Nous avons montré qu'en fait la méthode des répliques, appliquée convenablement, reproduit correctement toute la statistique des niveaux à condition de prendre en compte des points-cols dans l'action qui produisent une sorte de brisure vectorielle de la symétrie des répliques. Ce résultat vaut tant pour les matrices aléatoires que pour les électrons dans les grains métalliques, où nous avons reproduit facilement, par la méthode des répliques, la modification de la statistique due à la valeur finie de l'énergie de Thouless, identique à ce qui avait été obtenu par la supersymétrie.

IV.2.5. Elasticité des biomolécules

Depuis plusieurs années, nous étudions les propriétés d'étirement des biomolécules, en relation avec les expériences menées à l'ENS dans les groupes de Bensimon et Croquette et en collaboration avec C. Bouchiat et A. Montanari. Après le cas de l'élasticité de l'ADN double brin surenroulé, l'activité s'est déplacée récemment vers la courbe d'élongation du simple brin. Celle-ci présente en effet des anomalies, probablement reliées à la possibilité pour le simple brin de faire des liaisons entre résidus complémentaires, comme dans l'ARN. Une description simple de cet appariement, jointe à une modélisation de la chaîne par des maillons indépendants, permet en fait de bien rendre compte de certaines données expérimentales. Le modèle en question n'a pour l'instant rien de désordonné, mais les effets de désordre devraient être importants et nous travaillons activement à les inclure. A terme les molécules pourraient bien s'avérer un outil expérimental et théorique de choix pour tester le type de phase vitreuse que l'on observe en général dans le repliement des protéines.

IV.3. Perspectives

L'évolution de notre domaine se caractérise à la fois par une ouverture rapide vers de nouveaux thèmes qui sont autant de sujets de recherche souvent interdisciplinaires, ainsi que par la nécessité de clarifier certaines questions posées depuis longtemps mais dont la difficulté n'a pas permis de résoudre encore. C'est dans cette double perspective que s'inscrivent nos projets de recherche dans les quatre ans à venir, dont nous énumérons maintenant quelques thèmes principaux.

Verres de spin

L'image que nous avons obtenue des excitations de basse énergie dans la phase verre de spin en dimension finie demande à être confirmée et approfondie. Ceci pose des problèmes numériques bien sûr (amélioration des algorithmes de recherche d'états de basse énergie, choix des meilleures observables permettant une bonne caractérisation géométrique des excitations, essai d'énumération de ces excitations), mais aussi des questions de principe qui sont tout à fait fondamentales. Comment réconcilier l'existence d'excitations de basse énergie à toute les échelles avec l'existence d'une phase verre de spin stable? Y a-t-il ou non chaos en température? Quelles sont les conséquences dynamiques de l'existence de ces excitations?

Autant de questions que nous comptons aborder, avec peut être aussi un regard similaire sur le problème plus simple mais relié des polymères dirigés en milieu aléatoire.

Optimisation combinatoire

Nous pensons poursuivre dans ce domaine de recherche, du triple point de vue des aspects algorithmiques, théoriques et pratiques. Au plan théorique nous espérons pouvoir résoudre par la méthode des répliques certains problèmes importants comme la k -satisfaisabilité aléatoire, pour laquelle le changement de comportement des meilleurs algorithmes peut être relié à l'existence de transitions de phases. Ces aspects intéressants les chercheurs en programmation mathématique seront certainement à creuser. Par ailleurs nous souhaiterions approfondir nos contacts avec les mathématiciens probabilistes qui tentent de justifier rigoureusement un certain nombre de résultats que nous obtenons avec les répliques ou la méthode de cavité. Mentionnons finalement la possibilité d'applications de nos idées à des problèmes inverses comme les codes de correction d'erreurs.

Verres structuraux

Après les premiers succès obtenus récemment sur ce vieux problème, il nous semble important de développer ce thème de recherche. Deux directions nous paraissent à privilégier, même si elles semblent aller dans des voies opposées! D'une part il est probablement nécessaire, dans ce domaine où les conjectures ont été si nombreuses, de rechercher des modèles solubles de transition vitreuse faisant intervenir des particules en interaction. Par ailleurs un certain nombre de résultats établis dans des cadres très restreints, voire éloignés des systèmes réels, semblent avoir une importance expérimentale certaine. On pense par exemple à la modification de la relation de fluctuation-dissipation. Il semble qu'il devrait être possible de développer une phénoménologie des verres qui retrouverait sur des échelles de temps finies la plupart de ces belles propriétés trouvées par l'analogie avec le champ moyen. Une telle phénoménologie devrait être fondée sur l'ingrédient essentiel de la séparation des échelles de temps, et donc s'éloignerait complètement du débat mathématique sur l'existence ou non d'une vraie transition de phase avec un temps de relaxation vraiment infinie. Une telle réalisation permettrait également d'approfondir le dialogue avec les expérimentateurs sur ce sujet.

ADN simple brin et ARN

La structure particulière des lignes d'interactions dans ces systèmes (diagrammes emboîtés) devrait permettre une compréhension détaillée de ce problème. Pour le moment elle n'a conduit, dans le cas désordonné, qu'à un algorithme polynomial pour calculer la fonction de partition (ce n'est déjà pas si mal). Il nous semble que ce problème, qui contient beaucoup des ingrédients majeurs du problème de repliement des protéines, et qui est pourtant beaucoup plus simple, devrait mériter toute l'attention des spécialistes des systèmes désordonnés. La liste des sujets à aborder est longue, à commencer par établir l'existence ou non d'une transition vitreuse, suivant le type de désordre considéré, pour finir jusqu'à la caractérisation des corrélations des séquences permettant l'existence d'un état natif. Dans le cas des séquences aléatoires (neutres vis à vis du repliement sur un état natif, comme c'est probablement le cas pour l'ADN simple brin), on pourrait être en présence d'un système de type verre de spin, et il est envisageable par exemple d'étudier expérimentalement, par la relation force-élongation et par des mesures de bruit, la relation de fluctuation-dissipation. Il est donc important de disposer d'une bonne étude théorique de ces systèmes pour stimuler éventuellement de telles expériences.

Agents en interactions

Un des derniers avatars de l'évolution générale dans l'étude des systèmes désordonnés permet de considérer comme 'particules élémentaires' dont on souhaite connaître le comportement collectif, non plus des atomes, des spins, ni même des neurones, qui font tous somme toute des opérations de sommation très simples, mais des agents en interaction, tels ceux étudiés dans les systèmes économiques ou en théorie des jeux. Le jeu de la minorité, dans lequel N agents doivent faire un choix binaire et sont récompensés lorsqu'ils se retrouvent dans la minorité, en est un exemple frappant: il n'y a pas de stratégie optimale universelle (sinon tout le monde la choisirait... et se retrouverait dans la majorité!), mais chaque agent possède à sa disposition un ensemble de stratégies qui lui sont personnelles, et parmi lesquelles il choisit la meilleure (estimée au vu des résultats précédents). L'analyse des transitions de phase dans ces systèmes est un exemple de ce que la physique statistique permet de faire dans ce domaine, ouvrant la voie à des études quantitatives détaillées de certains modèles économiques. Cette voie qui s'ouvre nous semble mériter d'être explorée.

Comme souvent dans ce genre de situation le problème majeur réside dans l'identification des questions pertinentes: ce n'est pas encore facile d'y voir clair, ni même de savoir si ce sujet est mûr pour des progrès décisifs par notre type d'approche, mais cela vaut certainement la peine d'essayer d'aller de l'avant dans cette voie.

V. PHYSIQUE DES SOLIDES DES SYSTEMES EN BASSE DIMENSION

V.1. Métaux synthétiques et physique en basse dimension

Les travaux en cours sont consacrés à l'étude théorique de phénomènes physiques qui interviennent dans certains matériaux de basse dimensionalité, supraconducteurs organiques, fullérènes, polymères dopés et composés en chaînes. Il s'agit en général de systèmes fortement corrélés dans lesquels se forment des superstructures, telles que des ondes de densité de charge et de spin.

Ces travaux sont effectués par une équipe composée de S. Brazovskii - membre permanent du laboratoire, N. Kirova - membre associé, S. Matveenko - programme de jumelage ENS - Landau et S. Teber - thésard. La majorité de ces sujets est issue de collaborations avec nos collègues expérimentateurs d'Orsay, de Grenoble - collaborations avec les groupes de P. Monceau, de J-P. Pouget et S. Ravy et d'échanges avec le groupe de D. Jérôme et des Etats-Unis - Laboratoires Nationaux de Los Alamos et Université de Californie, Santa Barbara, particulièrement avec A. Heeger - le récipiendaire du prix Nobel de cette année. Pour ce qui touche aux aspects purement théoriques nous avons également une collaboration en cours avec A. Larkin de l'Université du Minnesota .

Les principaux sujets en cours sont schématiquement les suivants :

V.1.1. Plasticité des structures faibles et glissantes

Il s'agit de comprendre le rôle des défauts, soit topologiques comme les dislocations, soit triviaux, comme les lacunes. Les caractéristiques communes des systèmes étudiés sont l'existence de fluctuations intenses, de fusion en basse dimensionalité et de glissement collectif. Nos études sont basées sur le rôle des défauts topologiques, dislocations, vortex, solitons, sur leur nucléation et sur leur interaction avec des électrons. Dans le cadre de la théorie de la plasticité des cristaux électroniques, nous considérons différents types d'agrégation structurale des électrons dans les solides, tels que les ondes de densité de charge et de spin avec des perspectives en direction des cristaux de Wigner. Sur cette base, S.Brazovskii et N.Kirova ont développé une hydrodynamique multi fluides permettant de décrire l'ensemble des défauts. Les résultats des calculs sont appliqués aux études expérimentales qui s'effectuent actuellement en France (Grenoble) et aux Etats-Unis (Cornell). Il existe également des systèmes de symétrie plus compliquée comme les ondes de densité de spin et les systèmes antiferromagnétiques dopés qui donnent lieu à des défauts topologiques de nature mixte. Un problème neuf et non résolu dans le domaine des solitons est la cohérence mésoscopique quantique, dans l'état glissant, des ondes de densité de charge en présence d'un champ magnétique fort (P. Monceau et al Grenoble).

Une autre direction concerne les états métastables produits par interaction entre des défauts intrinsèques et extrinsèques. Comme application aux réseaux glissants, S.Brazovskii et A.Larkin étudient les contributions plastiques de la force de friction en fonction de la vitesse. Cette étude qui nécessite la connaissance de la distribution des temps de relaxation touche à certains problèmes fondamentaux des systèmes désordonnés hors d'équilibre.

V.1.2. Diffusion de rayons X par les supra réseaux imparfaits

Un nouvel aspect lié à la physique des électrons corrélés dans les systèmes désordonnés a été initié par des études structurales récentes (S. Ravy et J-P.Pouget, LPS - Orsay). Dans le cadre de cette collaboration il est apparu nécessaire d'élaborer une nouvelle méthode de reconstruction du profil de densité électronique près du défaut et de déterminer les phases de la diffusion des électrons par ce défaut. Ces phases jouent un rôle essentiel dans des effets comme les oscillations de Friedel. Cette collaboration a permis de proposer une théorie de profils de raies en bon accord avec les résultats expérimentaux.

V.1.3. Composés de fullérènes

La richesse remarquable des fullérènes a amené un grand nombre d'études expérimentales et théoriques (D. Jerome et H.Alloul - Orsay, P. Bernier - Montpellier). Nous avons entrepris l'étude du diagramme de phases et des propriétés électroniques en relation avec les mesures RMN. Au-delà des premiers succès (S.Brazovskii et N.Kirova 1996) tels que la compréhension de l'effet de la brisure de symétrie, et l'effet de Jahn-Teller, on peut étudier de nouvelles phases dites polymériques.

V.1.4. Polymères: propriétés optiques et électroniques

Les polymères conjugués font l'objet d'études intensives depuis 20 ans. Ces études ont été en grande partie motivées par des perspectives d'applications : électro - chimie, électronique, systèmes optiques, mais également en raison de leurs propriétés physiques intrigantes et controversées notamment d'effets d'auto localisation, de formation de solitons, de supra structures, de gaps électroniques associés et aussi pour leurs applications en physique des polymères : phénomènes de contact et systèmes optiques femtosecondes.

Malgré des études intensives sur les polymères optiquement actifs, il n'y a pas encore de consensus sur les propriétés de ces matériaux prometteurs. S.Brazovskii et N.Kirova ont réexaminé les points communs et contradictoires des images existantes et ont présenté une approche visant à décrire leurs propriétés optiques linéaires et non linéaires. Leur théorie est essentiellement celle des semi-conducteurs 1D. Ils peuvent ainsi décrire l'absorption optique directe et photoinduite, la photoémission stimulée et la photoconductivité. Les études très récentes ont prouvé que cette approche peut expliquer certaines particularités des spectres d'absorption. C'est précisément ce problème qui a amené une collaboration fructueuse avec le groupe d'A.Heeger.

Dans la physique des solitons de polymères dopés, S.Brazovskii et S. Teber étudient les propriétés statistiques et thermodynamiques d'ensembles de solitons chargés. Ce problème concerne des systèmes électroniques dont l'état fondamental est dégénéré et où il existe des solitons portant à la fois une charge topologique et électrique. Il s'agit de comprendre la compétition entre deux types d'interactions à longue distance : confinement et répulsion Coulombienne.

Au niveau microscopique S.Brazovskii et S. Matveenko étudient les effets des pseudo gap dans les systèmes unidimensionnels avec interactions fortes entre électrons et phonons. Au moyen de techniques d'intégrales fonctionnelles, ils calculent l'intensité de l'absorption optique et de l'émission électronique en utilisant des techniques d'instantons. Ces problèmes des pseudogaps sont du plus grand intérêt dans les études actuelles de divers systèmes.

V.1.5. Systèmes quantiques fortement corrélés.

Un grand nombre d'études leurs sont consacrées ces dernières années. Parmi celles-ci le problème des trous en mouvement dans un milieu antiferromagnétique dopé est l'un des plus importants, notamment dans le contexte de la supra-conductivité à haute température critique. On espère contribuer à sa solution tant au niveau semiclassique que quantique, en partant des études des solitons, de leur charges fractionnaires, courants anormaux et des notions de " reconfinement " de spin et de charge. L'approche est développée en partant d'exemples de systèmes quasi unidimensionnels et des généralisations aux cas 2d et 3d. Il est prouvé que les effets de confinement ont comme conséquence le couplage des paires pour le spin et pour la charge, et l'apparition de défauts topologiques avec des charges demi - entières. Un autre travail a pour origine l'observation récente de transitions de phase dans la famille des supraconducteurs organiques. Ces transitions ont été interprétées comme de type ferroélectrique avec des effets structuraux considérablement amplifiés par des corrélations électroniques.

V.2. Perspectives

La plupart des perspectives sont déjà contenues dans la description des recherches en cours. Leur planification dépend des éventuelles aides et des intérêts ultérieurs de la communauté. De toute façon la priorité sera accordée aux demandes de la collaboration en cours avec Grenoble et Orsay. Certains de ces développements dépendront de nouvelles occasions et de nouveaux défis amenés par l'exploitation des sources de rayonnement synchrotron : l'ESRF et le futur Soleil. Nous envisageons notamment d'étudier la diffusion des rayons X dans le régime glissant de CDWs, aux échelles microscopiques et mésoscopiques.

L'orientation nouvelle et inattendue, vers des systèmes électroniques fortement corrélés spontanément polarisés conduit à de nouvelles demandes à la fois en raison des efforts expérimentaux réalisés préalablement à Grenoble, Orsay et dans le monde (Japon, Etats-Unis) et aussi en raison du lien intrigant avec des problèmes théoriques plus généraux de l'état de Mott-Hubbard. Ce dernier point se rattache au problème des solitons de topologie mixte en relation avec les oxydes, les " stripe phases " etc.

De nouvelles opportunités sont liées aux découvertes récentes de la commutation, par l'effet de champ, entre les états normaux et conducteurs (supraconducteurs) sur les surfaces de matériaux organiques ou d'oxyde. Après avoir été commencées à Bell Labs, ces études sont maintenant concentrées en Suisse (Zurich et Genève) et elles sont actuellement lancées en France (Orsay-Saclay). Bien avant que ces expériences ne soient entreprises, dans les années 80, S.Brazovskii, N.Kirova, S.Matveenko, V.Yakovenko ont consacré des études théoriques sur la possibilité d'étudier de tels effets avec des oxydes, des polymères, ou bien des ondes de densité de charge. Il serait certainement très utile de les actualiser. Les travaux en cours sur les mécanismes instantoniques des excitations électroniques méritent aussi d'être poursuivis en raison d'intérêts importants portés à la question du pseudogap. Les perspectives dans le domaine de la théorie des polymères conducteurs reposent en partie sur la collaboration avec le récent récipiendaire du prix Nobel (A. Heeger). Mais elles dépendent surtout de la capacité de cette équipe à éveiller l'intérêt de la communauté.

VI. PHYSIQUE MESOSCOPIQUE

VI.1. Gaz d'électrons et points quantiques

L'étude des effets d'interférence et d'interaction dans un gaz bidimensionnel d'électrons confinés dans un domaine dont les dimensions sont plus petites que la longueur de cohérence de phase (point quantique) présente actuellement un grand intérêt tant d'un point de vue expérimental que théorique. Plusieurs travaux récents explorent différentes propriétés de ces points quantiques.

Magnétisme orbital. Depuis plusieurs années D. Ullmo travaille sur la réponse magnétique de tels systèmes. Ces travaux ont été motivés par les résultats expérimentaux de L. Lévy à Grenoble. Plus récemment il a calculé, en collaboration avec H. Baranger et F. Von Oppen, la contribution à la réponse magnétique due aux interactions dans un gaz infini sans désordre (contribution dite d'Aslamazov-Larkin), qui domine la susceptibilité de Landau à très basse température.

Blocage de Coulomb. Un point quantique ayant une capacitance très petite, son énergie totale est pour l'essentiel dominée par l'énergie de charge. Ceci se traduit par une propriété remarquable: l'énergie de charge empêche tout courant de traverser la structure, sauf pour des valeurs discrètes d'un paramètre extérieur de contrôle. Les expériences de blocage de Coulomb permettent de déterminer les variations de l'énergie de l'état fondamental d'un point quantique en fonction du nombre de particules. Dans une approche de type Strutinsky, l'effet des interactions résiduelles est d'induire un terme d'appariement qui lève la dégénérescence entre les deux états de spin. Ce couplage est de l'ordre de l'espacement moyen entre niveaux, ce qui fait qu'il peut induire une polarisation du spin des électrons à l'intérieur du point quantique.

H. Baranger, L. Glazman et D. Ullmo ont montré que lorsqu'on fait varier un paramètre extérieur, ces modifications du spin du point quantique sont associées à des discontinuités de la dérivée de la position des pics de blocage de Coulomb. Ces discontinuités ont été observées dans les courbes expérimentales. Ils ont par ailleurs étudié les propriétés statistiques de ces discontinuités sous l'hypothèse que la dynamique est chaotique.

Une autre conséquence de cet effet de polarisation associée aux interactions résiduelles est de modifier de façon sensible les distributions d'espacement entre pics de blocage de Coulomb voisins. En particulier, toujours sous l'hypothèse que la dynamique est chaotique, et dans le cadre d'un modèle de matrices aléatoires, H. Baranger et D. Ullmo ont montré qu'on pouvait ainsi expliquer certaines observations expérimentales, comme par exemple, l'absence d'effet pair impair.

Cette étude se prolonge à l'heure actuelle avec la collaboration de S. Tomsovic et T. Nagano pour essayer de comprendre comment les mécanismes décrits ci-dessus sont affectés par la présence d'un certain degré de régularité (dont on sait qu'il existe en pratique) dans la dynamique classique sous-jacente des points quantiques considérés.

Fluctuations et corrélations paramétriques. On peut modéliser un point quantique par un champ moyen qui induit une dynamique chaotique des électrons. Dans l'hypothèse où l'on néglige les interactions résiduelles, l'énergie de l'état fondamental est donnée par la somme des énergies de particules indépendantes. O. Bohigas, P. Leboeuf et M. J. Sanchez ont étudié les propriétés statistiques de cette énergie en fonction du nombre (fixe ou moyen) d'électrons qui se trouvent dans une certaine fenêtre d'énergie. Ils ont montré l'existence d'un régime universel pour des fenêtres contenant un petit nombre de particules, suivi d'oscillations non-universelles (pour

lequel des formules explicites sont données) quand ce nombre croît. Ces prédictions ont été testées numériquement en prenant comme modèle les zéros de la fonction zêta de Riemann.

Dans le même ordre d'idées, O. Bohigas et P. Leboeuf ont appliqué cette approche pour donner, pour la première fois, une estimation de la différence entre l'énergie de liaison totale mesurée d'un noyau atomique, et celle calculée par des méthodes sophistiquées de problème à n -corps.

Par ailleurs, les corrélations de l'énergie totale et de ses dérivées quand un paramètre extérieur varie (ou bien quand le nombre de particules varie) (corrélations paramétriques) ont été calculées par P. Leboeuf et A. Monstra pour un gaz d'électrons dans des potentiels chaotiques, intégrables ou diffusifs. Ces résultats ont des applications très variées qui vont de la physique des courants persistants aux propriétés des agrégats métalliques.

VI.2. Effets de rugosité dans les agrégats métalliques

La stabilité des agrégats métalliques est en grande partie gouvernée par des effets de couches quantiques. Ces effets dépendent de manière cruciale de la forme de l'agrégat. L'approche usuelle consiste à relier forme et stabilité par un mécanisme de Jahn-Teller. Elle a rencontré des succès notables dans le cas d'agrégats de faible taille, mais ne semble pas fournir une description correcte pour des agrégats dépassant la centaine d'atomes. N. Pavloff et C. Schmit ont proposé un modèle d'agrégats rugueux où les déformations correspondent à des irrégularités aléatoires de taille atomique situées à la surface de l'agrégat. Ce modèle autorise un traitement semi-classique simple qui reproduit bien les résultats expérimentaux du groupe de Björnholm à Copenhague.

VI.3. Statistique quantique et bruit de grenaille

Des travaux récents de S. Ouvry et collaborateurs portent sur l'effet de la statistique quantique sur le bruit de grenaille mesuré dans les échantillons Hall. Il n'est pas inutile de rappeler l'importance de ces questions : ce sont en effet des mesures de bruit qui ont permis de mettre en évidence de façon directe l'existence de porteurs de charge fractionnaire dans les échantillons Hall (remplissage $1/3$ principalement) confirmant ainsi les prédictions théoriques de R. Laughlin. Les expériences ont essentiellement testé le régime basse température - grande différence de potentiel, là où la limite de bruit de grenaille est valide. Dans ce régime, on teste la charge des porteurs du courant tunnel mais pas leur statistique. En revanche, dans le régime intermédiaire entre le bruit de grenaille et le bruit thermique, on s'attend à ce que l'effet de la statistique soit aussi manifeste. Sachant que les porteurs de charge dans les échantillons Hall fractionnaires ont en principe non seulement une charge fractionnaire mais aussi une statistique fractionnaire, on devine toute l'importance de prendre en compte correctement les effets de statistique quantique. Un travail récent de S. Isakov, S. Ouvry et T. Martin fournit une prédiction théorique pour le bruit dans l'hypothèse où les porteurs de charge obéissent à une statistique de type Calogero-Haldane, appropriée à la description de systèmes unidimensionnels.

VI.4. Perspectives

La plupart des thèmes décrits ci-dessus ont un prolongement naturel qu'il n'est pas forcément nécessaire de détailler davantage. On notera toutefois l'arrivée au sein du laboratoire de Christophe Texier, qui a été recruté au printemps dernier sur un poste de maître de conférence ayant pour intitulé "théorie de la physique mésoscopique"; Christophe Texier a eu l'occasion lors de son séjour post-doctoral à Genève d'aborder dans l'équipe de Marcus Buttiker des questions concernant le bruit de grenaille dans les systèmes mésoscopiques, dans un contexte pouvant inclure des effets de décohérence. Cette problématique sera poursuivie au sein du LPTMS. Par ailleurs, ce recrutement est l'occasion de renforcer nos liens avec le laboratoire de Physique des Solides où Christophe Texier passera quelques jours par semaine. Certains sujets de collaboration possible avec le groupe "mésoscopie" du LPS ont déjà été discutés. On mentionnera en particulier l'étude des nanotubes et de leurs propriétés de conduction, sujet dans lequel il existe au LPS une activité expérimentale de premier plan (équipe d'Hélène Bouchiat).

VII. THEORIE STATISTIQUE DES CHAMPS ET MODELES EXACTEMENT SOLUBLES

Cette équipe est constituée d'un enseignant chercheur J. Jacobsen et d'un jeune chercheur CNRS P. Zinn-Justin. Le cadre général des travaux est celui de la théorie statistique des champs. Des avancées récentes dans

le domaine des théories conformes et des modèles de matrice permettent d'attaquer des problèmes combinatoires réputés difficiles, tels que les problèmes d'énumération de noeuds et de méandres.

VII.1. Modèles de Potts couplés et théories parafermioniques

Le modèle de Potts bidimensionnel avec couplages ferromagnétiques aléatoires est récemment devenu un paradigme pour l'étude des systèmes désordonnés dans lesquels le désordre se couple à la densité d'énergie locale. Très peu de résultats analytiques sont connus pour ce modèle mais on en a toutefois une bonne compréhension grâce à des simulations numériques. Il y a, entre autres, de fortes présomptions que la symétrie des répliques n'est pas brisée. Dans une collaboration avec Dotsenko, Picco et Lewis, J. Jacobsen a proposé d'attaquer le problème désordonné en commençant par étudier le comportement critique de N systèmes couplés. Il ressort de ce travail qu'au delà de $N=3$, ces systèmes possèdent un unique point critique dont les exposants s'accordent avec ceux du modèle aléatoire par continuation analytique.

Une prochaine étape consisterait à construire des théories conformes invariantes sous le groupe symétrique S_n . Une théorie de ce type, mais avec une symétrie abélienne, a été trouvée par Zamolochikov et Fateev lors de leurs études des algèbres parafermioniques. L'extension de cette approche au cas d'une symétrie non-abélienne est en cours d'investigation.

VII.2. Problèmes combinatoires et gravité quantique

Un certain nombre de problèmes combinatoires classiques peuvent être transcrits dans le langage de la gravité quantique. Parmi eux on trouve le problème des méandres: combien existe-t-il de courbes planaires et autoévitant qui coupent une droite en exactement $2N$ points? Cette question est une simple généralisation du fameux problème des ponts de Königsberg, due à Euler (1736). Bien que le modèle matriciel correspondant n'ait pas été résolu, il a été conjecturé que les méandres sont la version gravitationnelle d'un modèle mettant en jeu deux sortes de polymères sur le réseau carré. La formule KPZ fournit une valeur de l'exposant critique décrivant la croissance exponentielle du nombre de méandres. Jacobsen, en collaboration avec P. Di Francesco et E. Guitter, a développé un algorithme basé sur les matrices de transfert qui permet d'énumérer exactement les méandres jusqu'à l'ordre $N=24$. L'accord avec la prédiction théorique est excellent et se généralise aussi aux méandres et semi-méandres avec plusieurs composantes connexes.

Un problème similaire consiste en l'énumération des noeuds. Il s'agit de compter les noeuds (ou d'autres objets proches: liens, enchevêtrements) topologiquement distincts à "nombre de croisements" fixé. Peu de résultats exacts sont connus dans ce domaine, et les données numériques ne sont disponibles qu'à des ordres très bas. Suite aux travaux de P. Zinn-Justin et J.B. Zuber, il est apparu que les idées issues de la théorie quantique des champs (modèles de matrice) permettent le comptage des diagrammes de noeuds. Reste alors le délicat problème de la prise en compte des équivalences topologiques entre diagrammes que les auteurs ont ramené, dans le cas des noeuds dits alternés, à une procédure de renormalisation de la théorie. En dehors des résultats exacts sur diverses classes de liens/enchevêtrements alternés obtenus par la solution des modèles de matrice correspondants, sur lesquels P. Zinn Justin et J.B. Zuber continuent à travailler, on peut conjecturer les comportements des grands noeuds alternés grâce à la formule de KPZ. Il est toutefois indispensable de vérifier numériquement une telle conjecture et de tester les éventuelles corrections à la loi de puissance proposée. C'est un travail que réalisent actuellement J. Jacobsen et P. Zinn Justin par des techniques sophistiquées de matrice de transfert, qui évitent l'énumération des noeuds un par un, et permettent d'aller à des ordres élevés malgré la croissance exponentielle du nombre de noeuds.

VII.3. Modèles solubles sur réseau et influence des conditions de bord

Ces dernières années, plusieurs travaux ont mis en lumière l'influence des conditions de bord sur la physique de certains modèles statistiques sur réseau à deux dimensions. Ceci amène à s'interroger sur la validité de l'hypothèse usuelle de l'existence d'une limite thermodynamique pour les modèles classiques exactement solubles. P. Zinn-Justin et V. Korepin ont montré (grâce à des formules de déterminants) que pour certaines conditions aux bords spéciales, la limite de grande taille du système existe mais n'est pas identique à la limite thermodynamique usuelle du modèle (avec par exemple des conditions aux bords périodiques). De nombreuses extensions de ce résultat sont imaginables. Tout d'abord il existe d'autres conditions aux bords pour lesquelles les formules de déterminant existent et permettent de faire des calculs similaires. Ensuite, cette absence de limite thermodynamique est vraisemblablement due à un manque d'invariance par translation du système qu'il

serait intéressant d'observer explicitement en calculant des fonctions de corrélations, en utilisant éventuellement des formules de déterminant.

VII.4. Projets et perspectives

- étude numérique du modèle de Potts aléatoire et de son verre de spin correspondant (avec P. Picco)
- corrections aux lois d'échelle habituelles pour le modèle de potts à trois états sur le réseau carré (avec J. Cardy et A. Sokal)
- pliage des membranes polymérisées et modèles de boucles sur le réseau Manhattan (avec P. Di Francesco et E. Guitter)
- modèle d'Ising sur des graphes trivalents aléatoires (avec P. Di Francesco et E. Guitter)
- problèmes de percolation sur réseaux aléatoires (avec D. Johnston)
- nouvelles théories conformes basées sur des algèbres W (avec V. Dotsenko)