Guillaume Roux & Clément Sayrin
guillaume.roux@u-psud.fr

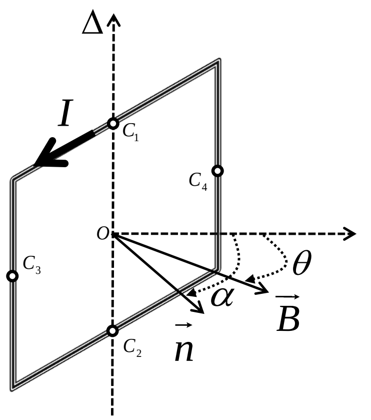
Partie 1 : Induction

Exercice 1 Limites galiléennes de la loi de transformation des champs et ARQS ♠

1. En partant de l'invariance de la force de Lorentz par changement de référentiel, trouver la loi de transformation des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans la limite non-relativiste. On passera du référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire, supposé galiléen, au référentiel $\mathcal{R}'$ se déplaçant à la vitesse constante $\vec{u}$ par rapport à $\mathcal{R}$. .
2. Rappeler en quoi consiste l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).
3. On considère un faisceau infini de particules chargées se déplaçant à la vitesse constante $\vec{u}$ dans $\mathcal{R}$, $u \ll c$. On note $I = \rho S u$ l'intensité électrique associée, ρ étant la densité de particules dans le faisceau et S sa section. Déterminer les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans $\mathcal{R}$. De même, déterminer les champs $\vec{E}'$ et $\vec{B}'$ dans $\mathcal{R}'$, dans lequel les particules sont au repos. Vérifie-t-on la loi de transformation des champs de la question 1 ?
Mon Jackson offert pour qui donnera l'explication.
4. Définir le *champ électromoteur*.
5. Soit un conducteur filiforme AB parcouru par un courant i et mobile dans un champ $\vec{B}$. Dans l'ARQS, exprimer la différence de potentiel à ses bornes sous la forme : $V_A - V_B = R_{AB}i - e_{AB}$. On appelle e_{AB} la *force électromotrice* du tronçon.
6. À partir de l'expression précédente, retrouver pour un circuit fermé la loi de Faraday.

Exercice 2 Force de Laplace et moteur synchrone

1. Soit une tige rectiligne AB parcourue par un courant I et placée dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme. Montrer que l'action des forces de Laplace peut être modélisée par une seule force, appliquée au centre de la tige, d'intensité que l'on précisera.

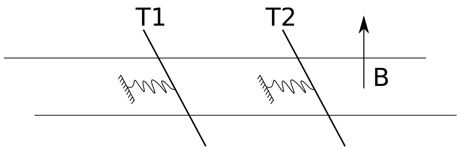


Soit alors un cadre carré vertical (de normale $\vec{n} \perp \vec{u_z}$) de côté a autour duquel on a bobiné N spires. Le courant circulant dans chaque spire est constant égal à I. On plonge le cadre dans un champ magnétique uniforme permanent et horizontal $\vec{B}$. Le cadre est mobile autour de son axe de symétrie $\Delta \parallel \vec{u_z}$. On note α l'angle $(\vec{u_x}, \vec{n})$ et θ l'angle $(\vec{u_x}, \vec{B})$, et on choisit l'origine des axes O au centre du cadre.

2. Exprimer le moment par rapport à Δ et la résultante des forces de Laplace subies par le cadre.
3. Montrer qu'on peut se ramener à un dipôle magnétique de moment dipolaire à exprimer.
4. On suppose maintenant que $\vec{B}$ est un champ tournant à la vitesse angulaire Ω_0 autour de Δ. Montrer que si le cadre tourne à la vitesse ω autour de Δ, il existe une unique valeur de ω permettant d'obtenir un couple moyen non nul. Justifier alors l'appellation «synchrone» ? ($*$ *Quel inconvénient présente ce moteur ? Connaissez-vous d'autres types de moteurs ?* $*$)
5. En présence d'un couple résistant $-k\vec{\omega}$, étudier le régime permanent du moteur synchrone ainsi constitué. On montrera qu'à I donné, il existe une valeur maximale de k admissible. Commenter.

Exercice 3 Oscillateurs mécaniques

Deux tiges T1 et T2 identiques (masse m) sont mobiles sans frottements sur deux rails parallèles (distance d) situés dans un plan horizontal. Chacune est liée à un ressort (non conducteur électrique) de raideur k, et d'axe parallèle aux rails. Un champ magnétique permanent, uniforme et vertical règne en tout point. La résistance de l'ensemble du circuit électrique constitué des deux tiges séparées par deux portions de rail est constante égale à R. On néglige les frottements mécaniques.



1. Écrire le système d'équations différentielles régissant l'évolution des positions des tiges (comptées à partir des positions d'équilibre).
2. Montrer que, pour des conditions initiales quelconques, le mouvement de chaque tige obtenu après un temps très long est sinusoïdal et préciser sa période.
3. Interpréter en évoquant les aspects énergétiques.

Exercice 4 Courants de Foucault

1. Un barreau cylindrique de cuivre (conductivité $\sigma \approx 6 \cdot 10^7\ \Omega^{-1}\ \mathrm{m}^{-1}$), d'axe O$z$, de rayon R, et de longueur h est placé dans un champ magnétique uniforme, parallèle à Oz, d'amplitude B_0, et variant dans le temps de manière sinusoïdale à la pulsation ω.
   (a) Il apparaît dans le barreau des courants volumiques dits *courants de Foucault*. Expliquer le phénomène. Dans quelles situations courantes rencontre-t-on ce phénomène ?
   (b) Vérifier que le potentiel vecteur $\vec{A} = \frac{1}{2}\vec{B} \wedge \vec{r}$ est solution pour un champ uniforme.
   (c) Calculer la puissance moyenne dissipée dans le barreau par effet Joule. Application au cas d'une casserole. Commenter.
   (d) Est-il préférable, dans un machine électrique, d'utiliser des conducteurs de forte section ou un ensemble de petits conducteurs indépendants mis en parallèle (à section totale égale) ?

♠ 2. On laisse tomber un barreau aimanté de moment m (type agitateur magnétique) dans un cylindre de cuivre. Que se passe-t-il ? Qu'en serait-il dans le cas d'un cylindre de plexiglas ? Et d'acier ? Expliquer qualitativement. Le comportement est-il modifié si l'on fend le barreau sur sa longueur ? ($*$ *Quelle est la dépendance du phénomène en σ et en m ?* $*$)

Partie 2 : Ondes électromagnétiques

Exercice 5 Pression de radiation

Un milieu métallique occupe le demi-espace infini $x > 0$. On envoie à la surface de ce métal une onde électromagnétique plane monochromatique, polarisée selon $\vec{u_y}$ et notée $\vec{E_i} = \Re(\vec{\mathcal{E}}) = E_0\, \Re(\mathrm{e}^{i(kx-\omega t)})\vec{u_y}$.

1. Exprimer le champ magnétique incident. Expliquer qualitativement comment cette onde incidente peut exercer une force sur le métal.

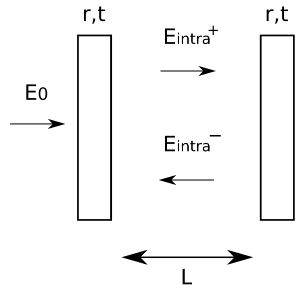
♠ 2. Donner la densité volumique de force $\langle \vec{f} \rangle_t$ moyenne [1], en fonction des champs $\vec{E_m} = E_m(x,t)\vec{u_y}$ et $\vec{B_m} = B_m(x,t)\vec{u_z}$ dans le métal et de leurs dérivées. Calculer ensuite la force totale exercée sur le métal sur une tranche de section S et montrer qu'elle s'exprime simplement en fonction de la densité d'énergie électromagnétique à la surface du métal. Faire apparaître la pression de radiation.

Approximation surfacique et calcul à l'interface

♠ 3. Relier la pression de radiation à la puissance du faisceau incident (∗ *La difficulté est ici d'évaluer le champ à l'interface. Comment garder un modèle de courants surfaciques (interface d'épaisseur nulle) ? Comment peut-on faire autrement ?* ∗). Quelle est la pression exercée par un faisceau laser de $10\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{cm}^{-2}$ sur un métal parfait ?

4. Interprétation corpusculaire. Exprimer la force en fonction du flux de photons incidents. Interpréter en terme de corpuscule. Quelle serait la valeur de la pression de radiation si le milieu était parfaitement absorbant ?

5. Mémoire optique. On considère un Fabry-Pérot de coefficients de réflexion et de transmission en amplitude r et t respectivement, supposés réels.



Interféromètre de Fabry-Pérot

♠ (a) Exprimer le rapport de l'intensité intracavité sur l'intensité incidente $G = I^{+}_{\text{intra}}/I_0$ et le représenter en fonction de $\varphi = 2kL$. Faire apparaître la finesse $\mathcal{F}$ de l'appareil. (∗ *Ordre de grandeur de $\mathcal{F}$ pour un interféromètre de (haute) précision ?* ∗)

♠ (b) Exprimer en fonction de $\mathcal{F}$ la variation minimale δL de la longueur du Fabry-Pérot que l'on peut détecter avec un tel dispositif interférentiel. De même en fonction du facteur de qualité Q dont on rappellera la définition. Retrouver alors la relation entre facteur de qualité et finesse. Faire apparaître l'ordre d'interférence p. (∗ *À quel ordre travaille-t-on en laboratoire pour résoudre une raie atomique ? De quelle finesse a-t-on besoin ?* ∗)

(c) On suppose maintenant qu'un des miroirs est libre de se déplacer selon l'axe optique, par exemple s'il est relié à un ressort de raideur κ. Exprimer le déplacement ΔL du miroir sous l'effet de la pression de radiation.

Bistabilité et mémoire

(d) On suppose que la longueur de la cavité a été choisie pour être un minimum de G. Montrer qu'il y a bistabilité du système lorsque l'on fait varier la puissance incidente. Étudier la stabilité des points de fonctionnement. Comment peut-on utiliser ce système pour constituer une *mémoire optique* ?

Exercice 6 Polarisation et photon

Une onde électromagnétique a pour champ électrique en notations complexes

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 \mathrm{e}^{i(kz-\omega t)}(\vec{u_x} + i\vec{u_y}).$$

1. Caractériser sa polarisation.
2. Cette onde interagit avec un atome dont le noyau est supposé fixe. On modélise cet atome par un électron élastiquement lié : la force de rappel vaut $-m\omega_0^2\vec{r}$. Il est par ailleurs soumis à une force de frottement $-1/\tau\, m\dot{\vec{r}}$. Calculer sa mobilité μ.
3. Calculer la puissance moyenne cédée à l'atome par l'onde.
4. Calculer le moment moyen de la force qu'exerce l'onde sur l'atome.
5. En adoptant le point de vue corpusculaire, déterminer le moment cinétique des photons propageant une telle onde. (∗ *Comment appelle-t-on ce «moment cinétique» ? Combien d'«états» différents lui sont associés ?* ∗)

Les questions suivantes sont facultatives, ne seront pas corrigées pendant le TD, et demandent des connaissances en mécanique quantique.

6. ∗ *Quel formalisme peut-on alors utiliser pour représenter une telle onde ? Écrire l'état correspondant à une polarisation linéaire, circulaire et elliptique. Comment faire pour une onde partiellement polarisée ?*
7. *Dans ce même formalisme, écrire l'action d'un polariseur d'angle quelconque (commencer par un cas simple !). Comment appelle-t-on un tel objet ? Rapprocher cette action du concept de «mesure». En quoi l'analogie n'est-elle pas complète ? Quel autre appareil s'y prêterait mieux ?*
   Retrouver la loi de Malus en lumière totalement ou partiellement polarisée.
8. *Idem dans le cas d'une lame à faces parallèles et d'un milieu à pouvoir rotatoire. Dans ces deux derniers cas, comment écrirait-on une équation d'évolution ?* ∗

1. moyenne temporelle

Exercice 7 Ondes évanescentes - Épaisseur de peau

Un conducteur de conductivité σ occupe le demi-espace $z > 0$. Une onde électromagnétique de pulsation ω est envoyée depuis le vide vers le métal. On la suppose polarisée selon $\vec{u_y}$.

1. Pour quelle gamme de fréquence peut-on négliger le courant de déplacement ? On supposera qu'on sera toujours dans ce cas par la suite.
2. Établir alors l'équation vérifiée par le champ $\vec{E}$. Trouver la forme générale des solutions pour une onde en incidence normale et faire apparaître une longueur caractéristique d'absorption appelée *épaisseur de peau*. Application numérique pour le cuivre et une onde de fréquence 50 Hz, 10^9 Hz et $5 \cdot 10^{14}$ Hz. ($*$ *À quoi correspondent ces fréquences ?* $*$)
3. On se place maintenant dans la situation où l'onde est en incidence telle qu'il y ait *réflexion totale*.
   (a) Montrer tout d'abord que, pour le vecteur d'onde transmis, $k_{tx} > |\vec{k_t}|$. Que peut-on en déduire ?
   (b) En déduire la structure de l'onde dans le milieu. On s'intéressera plus particulièrement au vecteur de Poynting : quelle puissance instantanée passe à travers une surface de normale $\vec{u_z}$? Y a-t-il propagation ? Où l'onde réfléchie est-elle restituée ?
   (c) Que se passerait-il si le milieu n'occupait qu'une tranche finie de l'espace ? ($*$ *À quel phénomène quantique cela vous fait-il penser ?* $*$)