THERMODYNAMIQUE – soutien n^{o} 2 : Gaz parfait monoatomique

Benjamin Langlois, Swann Piatecki et Guilhem Semerjian

Février 2012

Gaz parfait monoatomique

On considère un gaz parfait monoatomique en équilibre avec un thermostat à la température T. Le gaz est contenu dans une enceinte cubique macroscopique de côté L. On note m la masse d'une particule. On souhaite alors déduire les grandeurs thermodynamiques macroscopiques du gaz parfait à partir de l'étude statistique des états quantiques microscopiques. Pour simplifier, on ne prendra pas en compte les degrés de liberté de spin et on se placera dans le cas du gaz non dégénéré (on met alors de côté le caractère fermionique ou bosonique des particules).

1. Donner le hamiltonien du gaz parfait dans une enceinte.
2. Rappeler les deux types de conditions aux limites les plus utilisés pour décrire la fonction d'onde d'une particule dans une enceinte macroscopique. Quelles sont leurs conséquences sur le vecteur d'onde ?
3. On se place dans le cadre des conditions aux limites d'onde stationnaire. En déduire l'énergie d'une particule. À température ambiante, estimer l'ordre de grandeur des nombres quantiques associés.
4. Calculer la densité d'état en énergie $g(E)$ ainsi que la fonction de partition z d'une particule. On exprimera z en fonction de la longueur d'onde thermique de de Broglie $\lambda_{th} = \sqrt{2\pi\hbar^2\beta/m}$. Commenter.
5. Que vaut la fonction de partition Z pour N particules ? On discutera les approximations envisagées.
6. On rappelle l'approximation de Stirling : pour N grand, $\ln(N!) \simeq N \ln N - N$. En déduire les grandeurs thermodynamiques suivantes : énergie libre (semble-t-elle extensive ?), énergie interne, pression, entropie et potentiel chimique. Commenter.