

- 1°) 1- $S = k \ln 4 \approx 1,38 k$
 2- $\frac{S}{k} = -\frac{7}{16} \ln \frac{7}{16} - \frac{2}{4} \ln \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \ln \frac{1}{16}$
 $\approx 1,22 k$
 3- Le système est plus désordonné en l'absence de champ
 4- Champ $\vec{E}$ dirigé vers le Nord

3°) 1- $C_N^m = \frac{N!}{m!(N-m)!}$
 2- $W_A = \frac{N!}{m!(N-m)!} \frac{M!}{m!(M-m)!}$
 3- $W_B = \frac{(M+N)!}{m! m! (M+N-m-m)!}$

4- $S_B > S_A$
 Si $M=m$ et $N=n$; $p = \frac{n}{N}$
 $\frac{S_A}{2Nk} = -p \ln p - (1-p) \ln (1-p)$
 $\frac{S_B}{2Nk} = -\frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} - (1-p) \ln (1-p)$
 $S_B - S_A = k 2N \frac{1}{2} \ln 2 = k 2m \ln 2$

5- Si rauges et verts indiscernables
 $W_B = C_{N+m}^{m+m} = \frac{(N+m)!}{(m+m)!(M+N-m-m)!}$

Avec $n=m$ et $N=m$, la proba qu'un site soit occupé est encore $p = \frac{m+m}{N+m} = \frac{n}{N}$

$\frac{S_B}{2Nk} = -p \ln p - (1-p) \ln (1-p) = \frac{S_A}{2Nk}$
 d'où $S_A = S_B \rightarrow$ propriété d'extensivité de l'entropie

2- $P(X=n) = e^{-1} \frac{1}{n!}$
 $\text{Prob}(X>1) = 1 - P(0) - P(1)$
 $= 1 - \frac{1}{e} - \frac{1}{e}$
 $\approx 0,264$

3- $P(X>2) = P(X>1) - P(2) = e^{-1}/2$
 $= 1 - \frac{5}{2e}$
 $\approx 0,08$

Il suffit de 2 lignes par avai moins de 10% de probabilité d'encombrement

$P(X>3) = 1 - \frac{5}{2e} - \frac{1}{e} \frac{1}{3!}$
 $\approx 0,018 \rightarrow 3 \text{ lignes}$

4°) $P(1 \text{ albino}) = e^{-1} \approx 0,368$
 $P(0 \text{ albino}) = e^{-1} \approx 0,368$
 $P(1 \text{ albino ou plus}) = 1 - P(0)$
 $= 1 - \frac{1}{e}$
 $\approx 0,632$