EXAMEN DE THERMODYNAMIQUE

Durée : 2 heures

Les documents et les téléphones portables ne sont pas autorisés. Les calculatrices sont autorisées.
Barème approximatif : 1$^{\text{er}}$ problème : 8 points ; 2$^{\text{ème}}$ problème : 12 points.
Les deux problèmes sont indépendants.

1 Cuve à électrolyse

On considère une cuve à électrolyse remplie d'une solution acqueuse d'un acide. L'électrolyse produit un dégagement d'oxygène à l'anode et d'hydrogène à la cathode. Plus précisément, si l'on note $\mathcal{F} = \mathcal{N}|e|$ (où $\mathcal{N}$ est le nombre d'Avogadro et e la charge élémentaire), le passage d'une quantité d'électricité égale à $\mathcal{F}$ coulombs produit 0,5 mole de H_2 et 0,25 mole de O_2. Les paramètres choisis pour définir l'état de la pile sont : la pression P, la température T et la charge électrique q. Le fonctionnement du dispositif est supposé **réversible**. La pile fonctionne avec une pression P et une température T constantes (égales à la pression et la température atmosphérique).

Dans ce problème on s'intéresse à la variation de la force contre-électromotrice de la cuve lorsqu'on modifie la pression extérieure.

1/ On désigne par φ la force contre-électromotrice de la pile. Le travail élémentaire (mécanique plus électrique) reçu par la cuve lors du fonctionnement de la pile s'écrit $\delta W = -P\mathrm{d}V + \varphi \mathrm{d}q$.

(a) Sous pression et température ambiantes, φ vaut -1,23 V. Quel est le travail électrique fourni par la pile lorsqu'une mole de O_2 a été dégagée ? On donne $\mathcal{F} = 96500$ Cb.

(b) Donnez l'expression de la différentielle dU de l'énergie interne du système (c'est à dire écrivez l'identité thermodynamique pour ce système).

2/ On peut identifier le volume V du système avec le volume total de l'hydrogène et de l'oxygène dégagés (le volume liquide étant négligeable). On traite les deux gaz comme des gaz parfaits formant un mélange idéal à la pression P et la température T.

(a) Écrire la formule qui relie la variation dV du volume à la variation dn du nombre total de moles de O_2 et H_2 dégagées (on notera R la constante des gaz parfaits).

(b) Écrire la formule qui relie la charge infinitésimale dq circulant dans le circuit extérieur au nombre total dn de moles de O_2 et de H_2 qui se dégagent.

(c) À l'aide des deux relations précédentes, écrire l'expression de la dérivée $(\partial V/\partial q)_{T,P}$ en fonction de $\mathcal{F}$, P, T et R.

3/ Écrire la différentielle de l'enthalpie libre du système ($G = U + PV - TS$) en fonction de dP, dq et dT. En déduire la relation de Maxwell entre $(\partial V/\partial q)_{T,P}$ et $(\partial \varphi/\partial P)_{T,q}$.

4/ Calculer la variation $\Delta\varphi$ de la force contre-électromotrice de la pile associée à un faible changement ΔP de la pression, la température restant constante.

Faire l'application numérique lorsque la pression et la température initiales sont respectivement 1 bar et 10 °C et la pression finale est 1,5 bars. On donne $R = 8,31$ J.K^{-1}.mol^{-1}.

2 Conduction thermique

On considère un corps homogène, de longueur L (selon l'axe x), de section droite S, de masse volumique ρ, de conductivité thermique λ, et de capacité thermique massique c (ρ, λ et c sont constantes). La température du matériau ne dépend que de x et t et sera notée $T(x,t)$. Les parois parallèles à l'axe x sont isolées thermiquement et on note $J(x,t)\,\vec{e}_x$ le vecteur densité de courant thermique.

1/ Que représente $J(x,t)$? Quelle est son unité ? Énoncer la loi de Fourier.

2/ Effectuer un bilan énergétique entre les instants t et $t+\mathrm{d}t$ pour un volume élémentaire de matériau compris entre les abscisses x et $x+\mathrm{d}x$. Donner alors l'équation aux dérivées partielles vérifiée par $T(x,t)$ (c'est “l'équation de la chaleur”).

3/ On se place désormais en régime sationnaire et supposant que les extrémités du matériau sont maintenues aux températures constantes $T(0)=T_0$ et $T(L)=T_L$ (avec $T_L<T_0$).

P représentant la puissance thermique traversant la section droite S du matériau, on définit la **résistance thermique** R par la relation $T_0-T_L=R.P$.

(a) Exprimer R en fonction de L, S et λ. En faisant l'analogie avec l'électrocinétique, justifier le terme de résistance thermique. Préciser l'unité de R.

(b) On associe deux corps de résistance thermique R_1 et R_2, de même section S. L'un, de conductivité thermique λ_1, est compris entre $x=0$ et L_1; le second, de conductivité thermique λ_2, entre $x=L_1$ et $x=L_1+L_2$ (cf. Figure 1 ci-dessous). On note T_0, T_1 et T_2 les températures pour $x=0$, $x=L_1$ et $x=L_1+L_2$. Établir l'expression de la résistance thermique R de l'ensemble en fonction de R_1 et R_2.

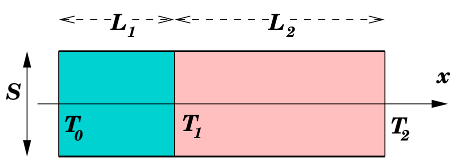

FIG. 1 – *Deux corps associés en série.*

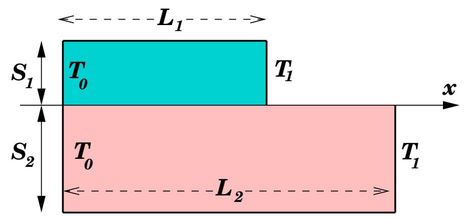

FIG. 2 – *Deux corps associés en parallèle.*

(c) Même question lorsque les deux corps, l'un de section S_1 et de longueur L_1, l'autre de section S_2 et de longueur L_2, sont associés “en parallèle” (cf. Figure 2 ci-dessus). On note T_0 la température sur les faces d'entrée ($x=0$) et T_1 la température sur les faces de sortie ($x=L_1$ pour le premier corps, et $x=L_2$ pour le second).

4/ On souhaite évaluer les pertes par conduction entre un local à la température T_{int} et l'extérieur (température T_{ext}). On suppose que la paroi qui sépare le local de l'extérieur est constituée d'un mur de béton (conductivité λ_b, surface bétonnée S_b, épaisseur e_b) percé d'une fenêtre vitrée (conductivité λ, surface S, épaisseur e).

(a) Exprimer la résistance thermique totale de la paroi (soit R_{tot}).

(b) En déduire la puissance thermique sortant du local.

Faire l'application numérique avec les données suivantes : $\lambda = 1,2$ W.m^{-1}.K^{-1}, $S=2$ m^2, $e=3$ mm, $\lambda_b=0,9$ W.m^{-1}.K^{-1}, $S_b=4$ m^2, $e_b=0,3$ m, $T_{\text{ext}}=0$ °C, $T_{\text{int}}=10$ °C.

(c) Voyez-vous d'autre(s) source(s) de perte thermique ?