S4 SMR 13 mars 2004

PARTIEL DE THERMODYNAMIQUE
Durée : 2 heures

Les documents et les téléphones portables ne sont pas autorisés. Les calculatrices sont autorisées.
Barème approximatif : Premier problème 9 points ; deuxième problème 11 points.
Les deux problèmes sont indépendants.

1 Premier problème : Température atmosphérique.

La principale raison du changement de température atmosphérique en fonction de l'altitude est l'existence de courants qui transportent continuement de l'air des basses régions de l'atmosphère vers les régions élevées (et réciproquement). Comme l'air est un mauvais conducteur thermique, on peut considérer que lorsqu'il s'élève, il subit une expansion adiabatique réversible et se refroidit, alors que l'air qui descend depuis les régions élevées subit une compression adiabatique réversible et se réchauffe. Le but de ce problème est d'évaluer la dépendance en altitude de la température atmosphérique. ' L'air est assimilé à un gaz parfait caractérisé par une constante isentropique $\gamma = 1.42$ indépendante de la température. Sa masse molaire est $\mathcal{M} = 28,9 \times 10^{-3}$ kg.mol^{-1}. On prendra la constante de gaz parfaits $R = 8,314$ J.K^{-1}.mol^{-1} et l'accélération de la pesanteur $g = 9,81$ m.s^{-2}.

1/ <u>Préambule :</u> rappeler sans démonstration la relation (dite de Laplace) entre la pression P et le volume V d'une quantité fixée d'un gaz parfait subissant une évolution adiabatique réversible. En déduire la relation équivalente entre sa température T et sa pression. Donner la version différentielle de cette dernière expression sous la forme d'une relation entre γ, dP/P et dT/T.

2/ On considère une tranche d'air de section S, comprise entre les altitudes z et $z + dz$. Soit $n_V(z)$ le nombre de moles par unité de volume. On note $P(z)$ la pression à l'altitude z et $P(z + dz) = P(z) + dP$.

(a) En écrivant l'équilibre mécanique de la tranche d'air, montrer que

$$dP = -\mathcal{M}\, g\, n_V(z)\, dz \ .$$

(b) Écrire l'équation d'état de l'air à l'altitude z sous la forme d'une relation entre $P(z)$, $n_V(z)$, R et la température $T(z)$.

(c) En déduire une expression de $dP/P(z)$ en fonction de $\mathcal{M}$, g, R, $T(z)$ et dz.

3/ Déduire des deux questions précédentes que la variation de la température atmosphérique avec l'altitude est donnée par :

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma}\,\frac{\mathcal{M}\, g}{R} \ . \qquad (1)$$

Donner l'expression numérique de dT/dz en K.km^{-1}.

4/ Le résultat (1) indique que la température varie avec z selon une loi affine du type $T(z) = T_0\,(1 - \alpha\, z)$, où T_0 est la température en $z = 0$ (au niveau de la mer).

(a) Donner l'expression du coefficient α en fonction de γ, $\mathcal{M}$, g, R et T_0.

(b) Montrer que la pression varie selon la loi

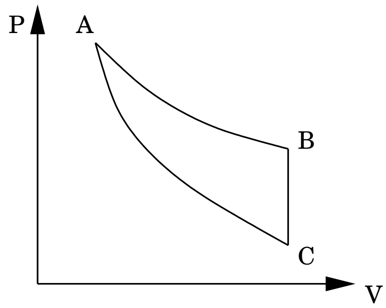
$$P(z) = P_0\,(1-\alpha\,z)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\ ,$$

où P_0 est la pression atmosphérique en $z=0$.

(c) La couche atmosphérique se termine à haute altitude par le vide, à pression et température nulle. Déterminer l'épaisseur de l'atmosphère en fonction des paramètres du problème. Donnez sa valeur numérique en choisissant une valeur réaliste de T_0. Le résultat vous paraît-il réaliste ?

2 Second problème : Cycle moteur ou récepteur.

On étudie certaines conditions de réalisation d'un cycle parcouru par une masse constante de gaz. Le cycle est composé d'une isotherme AB, d'une adiabatique AC et d'une isochore BC (cf. schéma ci-contre).



1/ Si on ne dispose que d'une seule source de chaleur dont la température est celle de l'isotherme, est-il possible de réaliser un *cycle* moteur ? Justifier votre réponse.

2/ On étudie un parcours *réversible* $A \to B \to C \to A$. Le système est constitué de 1 g de gaz parfait dont la masse molaire est $\mathcal{M} = 29$ g/mol et dont le coefficient isentropique $\gamma = 1,4$ sera considéré comme constant. On prendra la constante de gaz parfaits $R = 8,314$ J.K^{-1}.mol^{-1}. Les coordonnées du point A sont $V_A = 0,08\ \ell$ et $P_A = 10$ bars. Le rapport entre les pressions maximales et minimales est $P_A/P_C = 10$.

(a) Déterminer les valeurs des paramètres P, V et T en chacun des sommets (on donnera les expressions littérales et les valeurs numériques).

(b) Déterminer les travaux W_{AB}, W_{BC} et W_{CA} et les quantités de chaleur Q_{AB}, Q_{BC} et Q_{CA} reçus par le système dans chacune des transformations $A \to B$, $B \to C$ et $C \to A$ (on donnera les expressions littérales et les valeurs numériques).

(c) Déterminer le travail total et la quantité de chaleur totale reçus au cours d'un cycle.

(d) Comparer ce résultat à celui de la question 1/ et commenter. En particulier dans quelles conditions peut-on contruire une transformation $B \to C$ réversible ? Est-ce compatible avec les hypothèses de la question 1/ ?

3/ On considère maintenant le parcours du même cycle fait dans le sens $A \to C \to B \to A$. Les transformations $A \to C$ et $B \to A$ sont toujours faites dans les conditions de la réversibilité. La transformation $C \to B$ est faite au moyen de la source qui alimente la transformation isotherme réversible $B \to A$.

(a) La transition $C \to B$ est-elle réversible ? Justifiez votre réponse.

(b) Calculer la quantité de chaleur $\tilde{Q}_{CB}$ reçue par le système au cours de la transition $C \to B$.

(c) Quelle conséquence tire-t-on de l'application du second principe de la thermodynamique à la transformation $C \to B$? Vérifiez la en calculant la variation d'entropie du système et celle de la source lors de la transition $C \to B$.