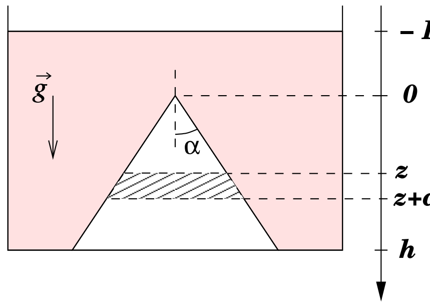
PARTIEL DE THERMODYNAMIQUE
Durée : 2 heures

Les documents, les téléphones portables et les calculatrices ne sont pas autorisés.
Barème approximatif : 1^er exercice : 7 points ; 2^ème exercice : 9 points; 3^ème exercice : 4 points.
Les trois exercices sont indépendants.

1 Hydrostatique.

On considère un cône, de demi-angle au sommet α et de hauteur h, immergé dans un fluide incompressible de densité ρ, à une hauteur H sous la surface (cf. figure ci-contre). Le but de cet exercice est de calculer la **norme** F de la **résultante des forces de pression** qui s'exercent sur les parois latérales du cône.
On rappelle que le volume du cône est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.



1/ Première méthode. On note $P_{\rm atm}$ la pression atmosphérique et P_0 la pression qui règne au sein du fluide à la côte $z = 0$ (sommet du cône).

(a) Exprimer P_0 en fonction de $P_{\rm atm}$ et donner l'expression de $P(z)$, pression qui règne dans le fluide à la côte z, en fonction de P_0 et des paramètres du problème.

(b) On considère une tranche du cône comprise entre les côtes z et $z + \mathrm{d}z$ (cf. figure). Donner l'expression de l'aire $\mathrm{d}S$ de sa surface latérale en fonction de z, $\mathrm{d}z$ et α. En déduire l'expression de la résultante vectorielle $d\vec{F}$ des forces de pression s'exerçant sur la surface latérale de la tranche en fonction de P_0, ρ, g, z, dz et $\tan\alpha$.

(c) En déduire que F s'exprime comme

$$F = S\left(P_0 + \frac{2}{3}\rho\, g\, h\right) , \qquad (1)$$

où S est l'aire de la base du cône.

2/ Deuxième méthode. On va maintenant dériver ce résultat en utilisant une version légèrement modifiée du théorème d'Archimède. On remplace le cône par du fluide (toujours à la densité ρ).

(a) On note R la norme de la réaction exercée par le support sur la base du cône de fluide. En écrivant l'équilibre mécanique du cône de fluide dans le champ de pesanteur uniforme (accélération $\vec{g} = g\,\vec{e}_z$), donner une relation entre F et R faisant intervenir les paramètres du problème.

(b) Donner l'expression de R en fonction de S et $P(z = h)$.

(c) Retrouver alors l'expression (1) de F.

2 Mesure de γ par la méthode de Clément et Désormes.

On considère n_0 moles de gaz parfait, contenues dans un enceinte dont les parois conduisent la chaleur, dans un volume V_0, à la pression atmosphérique P_0 et à la température ambiante T_0. On appelle cet état l'état A du système. Le gaz considéré a un coefficient isentropique γ indépendant de la température.

On fait subir au système les transformations suivantes :
• Une compression isotherme qui le conduit à un état B, avec une pression P_1 et un volume V_1.
• On ouvre, durant un temps très bref, un robinet qui met le gaz en contact avec l'extérieur. La durée d'ouverture du robinet étant très courte, on peut considérer que cette transformation est **adiabatique**. Une faible partie du gaz s'échappe du système, le nombre de moles restantes dans le système devient alors n_1 ($n_1 < n_0$). La pression du gaz s'équilibre avec l'extérieur, et on arrive à un état C avec une pression P_0, un volume V_2, une température T_2. On considèrera que les n_1 moles restant dans l'enceinte subissent une transformation **réversible** durant l'étape $B \to C$.
• Enfin, le volume restant constant, les échanges de chaleur à travers la paroi conduisent à un état final D avec une température T_0 et une pression P_2.

1/ En considérant comme système **les $\mathbf{n_1}$ moles de gaz qui restent dans l'enceinte pendant tout le processus**, représenter sur un diagramme de Clapeyron les différentes transformations subies par le système. On représentera également sur la figure l'isotherme $T = T_0$. On placera les points représentatifs A, B, C et D, les pressions P_0, P_1 et P_2, ainsi que le volume V_2. Pourquoi ne fait-on pas figurer V_0 et V_1 ?

2/(a) En utilisant la loi de Laplace appropriée, donner une relation entre P_0, P_1, T_0 et T_2.

(b) Donner également une relation entre les pressions et températures des états C et D.

(c) En déduire que $(P_1/P_2)^\gamma = P_1/P_0$

3/ Les écarts de pression $P_1 - P_0$ et $P_2 - P_0$ sont mesurés par des hauteurs h_1 et h_2 dans un manomètre à mercure. Dans la limite où les variations $P_1 - P_0$ et $P_2 - P_0$ sont faibles devant P_0, montrer que l'on peut exprimer γ en fonction du rapport de h_1 et $h_1 - h_2$.
[Indication : $\ln(1+\varepsilon) \simeq \varepsilon$ lorsque $|\varepsilon| \ll 1$]

4/ Les mesures pour le di-azote N_2 (avec $P_0 = 1$ atm et $T_0 = 27$ °C) donnent $h_1 = 4,0$ cm et $h_2 = 1,1$ cm. En déduire la valeur de γ. Est-ce compatible avec le résultat attendu ?

N.B. L'expérience est modélisée numériquement sur le site :
http://www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/thermo/clement.html

3 Machine frigorifique tritherme.

Dans un réfrigérateur tritherme, un système fermé (Σ) décrit un cycle **sans travail** en recevant, au cours d'un cycle, des transferts thermiques Q_1, Q_2 et Q_3 en provenance de trois sources. La source chaude a une température T_3, la source intermédiaire a une température T_2 et la source froide une température T_1 avec $T_1 < T_2 < T_3$. Le système est conçu pour prélever de la chaleur à la source froide de sorte que $Q_1 > 0$. La source intermédiaire est l'atmosphère, de sorte que le transfert thermique Q_2, bien que non nul et important dans le bilan énergétique, est sans intérêt pour l'utilisateur et l'on définit donc l'efficacité par $\eta = Q_1/|Q_3|$.

1/ Montrer que $Q_3 > 0$.

2/ Montrer que l'efficacité η est inférieure à une efficacité maximale η_C atteinte pour un fonctionnement réversible. Exprimer η_C en fonction des températures des trois sources.

3/ *Question hors barême.* En vous référant à ce que vous savez sur les machines dithermes, pouvez vous donner une inteprétation physique à η_C ?