PARTIEL DE THERMODYNAMIQUE
Durée : 2 heures

Les calculatrices, les documents et les téléphones portables ne sont pas autorisés.
Barème approximatif : 1^er exercice = 9 pts ; 2^ème exercice = 11 pts.
Les deux exercices sont indépendants.

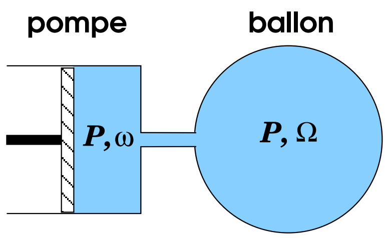
1 Remplissage d'un ballon

Un ballon est modélisé par un récipient élastique dont le volume Ω dépend de la pression P de l'air qu'il contient suivant la formule

$$\frac{\Omega - \Omega_0}{\Omega_0} = \alpha \, \frac{P - P_0}{P_0} \, .$$

Dans cette formule, Ω_0 désigne le volume du ballon pour la pression atmosphérique P_0, et α est une constante qui mesure "l'élasticité" du ballon, c'est à dire sa capacité à établir un différentiel de pression entre l'intérieur (à la pression P) et l'extérieur (pression P_0).

Le gonflage correspond à l'opération schématisée ci-contre: une pompe refoule de l'air d'un piston vers le ballon. L'opération est **réversible** et **isotherme** (à la température ambiante). Initialement le corps de pompe a un volume ω_0 et le ballon un volume Ω_0. Dans l'état final la pompe a refoulé tout le gaz contenu dans le corps de pompe et le ballon a un volume Ω_1 et une pression P_1. Le schéma ci-contre représente un état intermédiaire (le corps de pompe a un volume ω, le ballon un volume Ω).



1/ On veut déterminer le volume Ω_1 du ballon à la fin de l'opération (on néglige le volume de l'embout qui relie le piston au ballon).

(a) En vous basant sur des considérations élémentaires, donner rapidement un encadrement de Ω_1 en fonction de Ω_0 et ω_0.

(b) On considère désormais l'air comme un gaz parfait. Déterminer Ω_1/Ω_0 en fonction de α et de ω_0/Ω_0. En envisageant les limites $\alpha \to 0$ et $\alpha \to \infty$ retrouver l'encadrement obtenu à la question précédente. Discuter le sens physique de ces valeurs limites.

(c) Déterminer les valeurs numériques de Ω_1/Ω_0 et P_1/P_0 en prenant $\alpha = 0,5$ et $\omega_0/\Omega_0 = 5$.

2/ On veut maintenant calculer le travail total reçu par l'air contenu dans le système.

(a) Rappeler l'expression du travail δW reçu par un gaz lors d'une transformation infinitésimale réversible.

(b) Calculer le travail total reçu par l'air lors de l'opération de gonflage. On fera l'application numérique en prenant les mêmes paramètres qu'à la question 1(c), $\Omega_0 = 0,5\ \ell$ et $\ln(3) = 1,1$. En déduire la quantité de chaleur totale reçue par l'air.

2 Pile hydroélectrique

On considère une pile **qui fonctionne de manière réversible** et dont la réaction chimique ne fait intervenir que des substances dont le volume et la pression ne varient pas. Il en découle que P et V ne sont pas des variables pertinentes et que l'état de cette pile est défini par les 3 variables thermodynamiques suivantes: sa force électro-motrice (f.é.m) ϕ, sa température T et la charge électrique emmagasinée q. On admettra que la f.é.m varie avec la température suivant la loi

$$\phi = \phi_0 \left[1 + \beta(T - T_0)\right] \ , \tag{1}$$

où ϕ_0 est la f.é.m à T_0, β est une constante, et q n'apparaît pas dans cette "équation d'état".

1/ Le travail reçu par la pile lors d'une transformation élémentaire réversible est $\delta W = \phi \mathrm{d}q$ (avec $\mathrm{d}q < 0$ si la pile fonctionne en générateur, $\mathrm{d}q > 0$ si elle fonctionne en récepteur).

(a) Rappeler l'expression de la chaleur δQ reçue par le système lors de la transformation élémentaire considérée. En déduire la version de l'identité thermodynamique adaptée aux variables du problème (relation entre $\mathrm{d}U$, $\mathrm{d}S$ et $\mathrm{d}q$).

(b) En utilisant l'énergie libre $F = U - T\,S$ démontrer la relation de Maxwell

$$\left(\frac{\partial S}{\partial q}\right)_T = -\phi_0\,\beta \ . \tag{2}$$

2/ Écrire la quantité de chaleur δQ reçue par la pile au cours d'une transformation élémentaire réversible en fonction de $\mathrm{d}T$ et $\mathrm{d}q$. On utilisera la capacité calorifique à charge constante C_q et le coefficient de chaleur de charge isotherme $a = (\delta Q/\mathrm{d}q)_{T=c^{\mathrm{ste}}}$ (analogue de ℓ ou k du cours).
En déduire que $a = -\beta\phi_0 T$. *Indication:* exprimer $\mathrm{d}S$ en fonction de δQ et utiliser la relation (2).

3/ On introduit dans la pile une charge Δq de manière **isotherme** (température T). Exprimer les variations d'energie interne et d'entropie ΔU et ΔS ainsi que le travail et la quantité de chaleur W et Q reçus par la pile au cours de ce processus en fonction de Δq et des variables caractéristiques du système.

Application numérique : calculer Δq, ΔU, ΔS, W et Q sachant que $\phi_0 = 1,2$ V, $\beta = 0,004$ K^{-1}, $T = T_0 = 300$ K et que l'on charge la pile en y faisant passer un courant de 2 A pendant 50 s.

4/ La pile débite de façon adiabatique un courant de 2 A pendant 50 s. On veut calculer sa variation de température ΔT. La température initiale est T_0 et on donne $C_q(T_0) = 400$ $\mathrm{J.K}^{-1}$.

(a) Dans un premier temps, on supposera pour faire le calcul que $|\Delta T| \ll T_0$. Donner l'expression correspondante de ΔT. Faire l'application numérique et vérifier *a posteriori* la validité de l'hypothèse.

(b) On fait ici une hypothèse légèrement moins restrictive: on suppose seulement que C_q est indépendante de T et de q. Donner l'expression analytique correspondante de ΔT, vérifier l'accord avec la formule obtenue précédement.