S3 PMCP 2016/2017

TD de thermodynamique n° 1
Hydrostatique

1 Extrait du problème ENSI 1994

1.1 Généralités

• Les eaux d'un lac constituent un liquide homogène incompressible, de masse volumique ρ constante, en équilibre dans un champ de pesanteur uniforme d'intensité g.

On considère, à l'intérieur de ce fluide, un cylindre fictif de section S et de hauteur dz. La pression du liquide en un point d'altitude z est notée $P(z)$. Elle ne dépend que de z. L'axe Oz est orienté vers le haut. En considérant le bilan des forces extérieures appliquées sur le cylindre, établir l'expression reliant dP et dz (relation hydrostatique). En déduire l'équation vectorielle vérifiée par la pression $P(z)$.

• L'eau du lac est retenue par un barrage plan et vertical. La paroi du barrage en contact avec l'eau est un rectangle de hauteur h et de largeur ℓ (l'épaisseur est supposée négligeable). La surface libre de l'eau (altitude $z = 0$) est en contact avec l'atmosphère dont la pression P_0 est supposée uniforme.

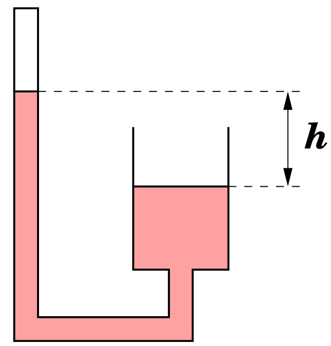
(a) Déterminer $P(z)$. Tracer le graphe correspondant.
(b) Calculer la norme de la résultante $\vec{F}$ de toutes les forces de pression exercées par les différents fluides sur la paroi verticale du barrage.
(c) Déterminer la côte z_A du point d'application A de la force $\vec{F}$.
A.N. $\rho = 10^3$ kg.m^{-3}, $g = 10$ m.s^{-2}, $h = 40$ m, $\ell = 100$ m, $P_0 = 1$ bar.

1.2 Plongée

Un plongeur est chargé d'inspecter le barrage. L'air contenu dans ses poumons est assimilé à un gaz parfait qui présente les caractéristiques suivantes : son volume est noté V (la cage thoracique est supposée déformable) ; sa pression P est identique à la pression environnante de l'eau. Sa température T est constante et égale à 25 °C. On donne $R = 8,3$ mole^{-1}.K^{-1} (constante des gaz parfaits).

À l'air libre le plongeur gonfle ses poumons au maximum ($V_M = 7$ dm^3), bloque sa respiration et plonge (sans bouteille) à une profondeur $z = -40$ m, sans perdre d'air. Calculer le volume V de ses poumons à la profondeur z. À cette profondeur il expire la moitié du gaz qu'il avait emporté en plongeant. Il remonte ensuite sans lâcher d'air. Quel est alors, à la surface, le volume V' de ses poumons ?

2 Baromètre



Un baromètre à mercure est constitué d'un tube vertical fermé à son extrémité supérieure, la partie inférieure est raccordée à un réservoir de section plus grande qui est ouvert à l'air libre (cf. ci-contre). Du mercure est introduit dans le tube. Le processus de remplissage est tel que l'espace libre au dessus de la colonne gauche de mercure est vide.

1/ Montrer qu'il est possible de déterminer la pression atmosphérique P en mesurant la hauteur h qui sépare les surfaces libres du mercure. Quels sont les paramètres dont on doit connaître la valeur ? Procurez-vous ces valeurs et calculer h pour la pression atmosphérique normale.

2/ En fait, la partie gauche est surmontée par la vapeur de mercure dont la pression est égale à la pression de vapeur saturante à la température de l'expérience. Cette pression état égale à $0,0016$ mbar à 20 °C, discuter de la nécessité d'effectuer une correction pour tenir compte de cet effet.

3 Pression dans un fluide inhomogène

Déterminer la pression dans une fosse océanique de profondeur H, en faisant successivement les deux hypothèses suivantes :

(1) L'eau est un fluide incompressible, sa masse volumique μ est constante et égale à la valeur μ_0.
(2) Le coefficient de compressibilité de l'eau est constant et égal à χ_0. On admettra que la température est uniforme et que la masse volumique de l'eau ne dépend que de la pression (cette hypothèse vous paraît-elle justifiée ?). Comparer avec le résultat précédent.

Données :
- $H = 10$ km et $g = 9,8$ m.s^{-2}.
- Masse volumique de l'eau à la pression atmosphérique : $\mu_0 = 1,03 \times 10^3$ kg.m^{-3}.
- Coefficient de compressibilité de l'eau :

$$\chi_0 \overset{\text{def}}{=} -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial P} = 4,5 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1} .$$

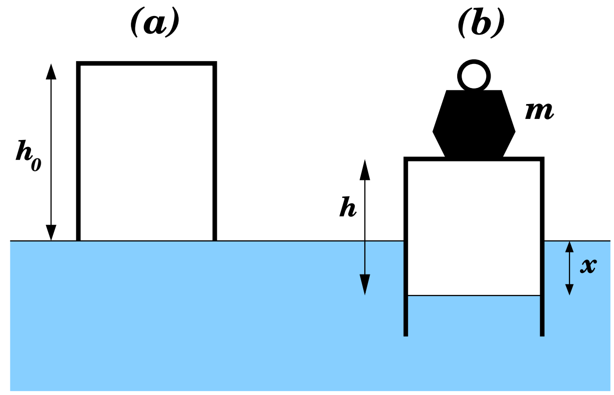
4 Pression cinétique

Durant un orage de grèle, des grêlons frappent le pare-brise d'une voiture. La masse des grêlons est $m = 2$ g, leur vitesse $v = 15$ m/s et l'angle d'incidence sur le pare-brise $\theta = 45°$. L'aire du pare-brise est $S = 0,5$ m^2, et le nombre de grêlons qu'il reçoit par seconde est $N = 30$ s^{-1}.

Calculer la pression produite sur le pare-brise.

5 Verre retourné

On renverse un verre cylindrique (section $S = 2 \times 10^{-3}$ m^2, hauteur $h_0 = 10$ cm, masse négligeable) au dessus d'une bassine remplie d'eau, de sorte que le bord du verre affleure la surface de l'eau (cf. figure ci-contre, position (a)).
Ensuite, on pose sur le verre une masse $m = 100$ g et on se retrouve dans la situation illustrée dans le cas (b) de la figure : h est la distance entre le fond du verre et l'interface air/eau à l'intérieur du verre et x est la distance entre cette interface et la surface libre de l'eau.



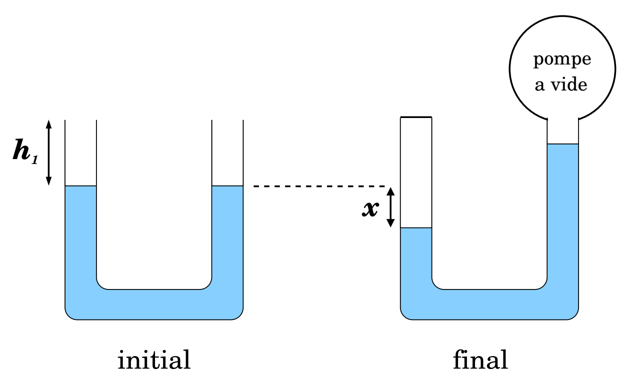
On notera ρ la masse volumique de l'eau et P_0 la pression atmosphérique.

1/ Calculer la valeur de x et de la pression P de l'air piégé dans le verre en fonction des paramètres du problème. Faire l'application numérique.

2/ On considère l'air comme un gaz parfait. Donner l'expression de h en fonction de h_0, m, g, S et P_0. Faire l'application numérique. Peut-on avoir $x > h$? Si oui, tracer la figure correspondante.

6 Tube en U

Un tube en U, ouvert à ses deux extrémités et de section uniforme, contient du mercure. Le tube est initialement dans la configuration illustrée sur la figure ci-contre : le ménisque supérieur est, de chaque côté, à une distance h_1 du sommet du tube. Il est au contact de l'air à la pression atmosphérique P_0.
On effectue ensuite la manœuvre suivante : on ferme hermétiquement le côté gauche du tube à son sommet et on relie le côté droit à une bonne pompe à vide (cf. figure). La température reste constante.

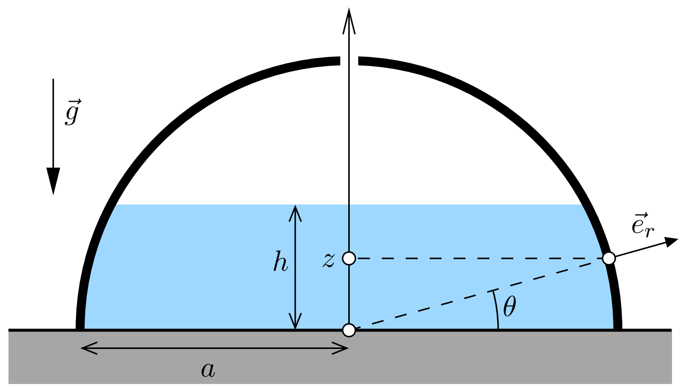


En assimilant l'air à un gaz parfait, déterminer la hauteur x dont a chuté la colonne de mercure dans le tube de gauche. La pression atmosphérique P_0 correspond à une hauteur de mercure que l'on notera h_0. On donnera l'expression littérale de x en fonction de h_1 et de h_0 ainsi que sa valeur numérique lorsque $h_0 = 75$ cm et $h_1 = 50$ cm. Peut-on faire figurer h_0 sur la figure ?

7 Coupole contenant un liquide

On introduit par un minuscule orifice un liquide de masse volumique ρ dans une coupole hémisphérique de rayon a. Le liquide ne fuit pas par le contact entre la demi-sphère (qui n'a pas de fond) et le plan horizontal sur lequel elle est posée.

1/ Déterminer la résultante des forces de pression (intérieures et extérieures) subies par la demi-sphère lorsqu'on a introduit une hauteur h de fluide dans le dispositif. Pour contrôler vos calculs vous pourrez vérifier que l'expression de l'élément d'aire que vous utilisez conduit bien à $\iint_{1/2\,\mathrm{sphère}} \mathrm{d}^2 S = 2\pi a^2$.
Si vous ne trouvez pas le résultat par le calcul vous pouvez l'obtenir (à une constante multiplicative sans dimension près) par analyse dimensionnelle en admettant qu'il ne dépend ni de a ni de P_{atm} [1].



2/ La demi-sphère a une épaisseur e ($e \ll a$) et est constituée d'un matériau de masse volumique μ. Quelle relation doit-on avoir entre ρ, μ, a et e pour que la demi-sphère se soulève lorsqu'on la remplit entièrement ?

A.N : La coupole est en acier ($\mu = 8000$ kg.m^{-3}) et a une épaisseur $e = 3$ mm. Quel est le rayon minimal au delà duquel toutes les coupoles se soulèvent lorsqu'on les remplit avec de l'eau ?

8 Autres exercices et problèmes

Voici une liste d'exercices que vous pouvez traiter en vous reportant sur la page web de l'enseignement :

Partiel 2003/2004 : problème 1 (corrigé).
Interrogation 2006/2007 : exercice 1 (non corrigé).
Partiel 2006/2007 : problème 1 (corrigé).
Partiel 2007/2008 : problème 1 (corrigé).
Partiel 2008/2009 : problème 1 (non corrigé).
Interrogation 2010/2011 : exercice 1 (non corrigé).
Interrogation 2011/2012 : exercice 1 (non corrigé).
Interrogation 2012/2013 : exercice 1 (non corrigé).

1. Dans la suite vous noterez alors K la constante de proportionnalité, et pour faire les applications numériques vous prendrez, faute de mieux, $K = 1$.