

1/ $\vec{J} = -\lambda \vec{\nabla} T \stackrel{ici}{=} -\lambda \frac{dT}{dx} \vec{e}_x$

bilan thermique sur



chaleur entrante (en x) + créée = chaleur sortante (en x+dx)

donc $-\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_x \times S dt + \sigma S dx dt = -\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x+dx} S dt$

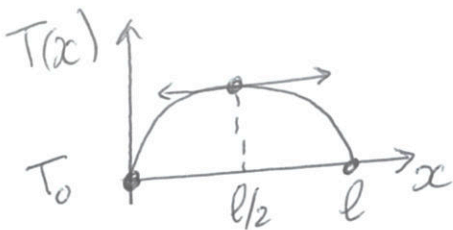
la conduit à : $\boxed{\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\sigma}{\lambda} = 0}$ (*)

[λ] = [J] (H)⁻¹ L (H) = [temperature]
 et [J] = [puissance] · L⁻²
 [σ] = [puissance] · L⁻³

donc $[\frac{\sigma}{\lambda}] = (H) \cdot L^{-2}$ l'équation est homogène

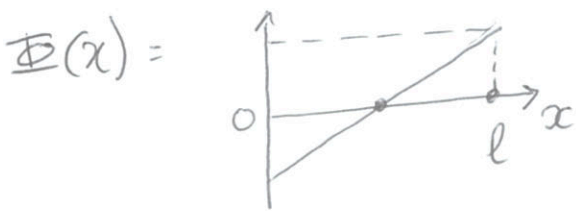
on intègre l'éq. (*) = $T = -\frac{\sigma x^2}{2\lambda} + K_1 x + K_2$

en fixant T(0) = T(l) = T₀ on détermine K₁ et K₂ = $T(x) = \frac{\sigma}{2\lambda} x(l-x) + T_0$



$T_{max} = T_0 + \frac{\sigma l^2}{8\lambda} = T_0 + 78 K = 93^\circ C$

$\Phi(x) = S J(x) = -\lambda S \frac{dT}{dx} = \sigma S (x - l/2)$



$\Phi(l) = \sigma S l/2 = -\Phi(0)$. le flux de chaleur est éjecté symétriquement par les 2 faces. La puissance totale créée = $\sigma S l$ est bien totalement évacuée.

3/ on a toujours la même eq. diff. mais ici les conditions au bord sont maintenant =

$\begin{cases} T(0) = T_0 \\ \text{et } \Phi(l) = h S (T(l) - T_0) \text{ soit } \frac{dT}{dx} \Big|_l = -\frac{h}{\lambda} [T(l) - T_0] \end{cases}$

on a $T(x) = -\frac{\sigma x^2}{2\lambda} + K_1 x + K_2 = \hat{m}$ dépendance quadrati- |B|
 - que en x qu'à la question précédente

Mais ici les conditions aux bords différentes vont conduire à d'autres constantes d'intégration (K est différent).

on a clairement $K_2 = T_0$ et $-\frac{\sigma l}{\lambda} + K_1 = -\frac{hl}{\lambda} \left[-\frac{\sigma l}{2\lambda} + K_1 \right]$

d'où $K_1 = \frac{\sigma l}{\lambda} \frac{1 + hl/2\lambda}{1 + hl/\lambda} = \frac{\sigma l}{2\lambda} \times \frac{1 + 2\lambda/hl}{1 + \lambda/hl}$

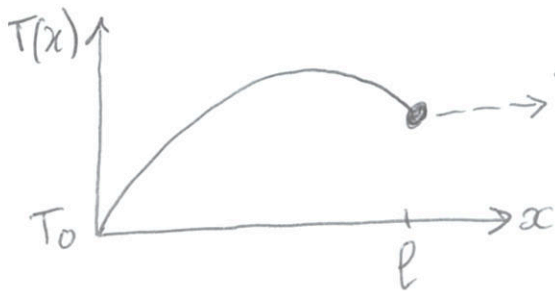
tend vers 1 si $hl \gg \lambda$ et on retrouve alors $K_1 = \frac{\sigma l}{2\lambda}$ comme à la

question 2.

en écrivant $K_1 = \frac{\sigma l}{2\lambda} \left[1 + \frac{\lambda/hl}{1 + \lambda/hl} \right]$ on obtient:

$$T(x) = \frac{\sigma}{2\lambda} x(l-x) + T_0 + \frac{\sigma l}{2} \frac{x}{hl + \lambda}$$

↳ distribution obtenue à la question 2.



$T(l) = T_0 + \frac{\sigma l^2/2}{\lambda + hl} = T_0 + 101 \text{ K} = 116^\circ \text{C}$

9324

on a $\Phi(x) = -S\lambda \frac{dT}{dx}$

donc $\left\{ \begin{aligned} \Phi(0) &= -\lambda S K_1 = -\frac{\sigma S l}{2} \left(1 + \frac{\lambda}{hl + \lambda} \right) \\ \Phi(l) &= hS [T(l) - T_0] = hS \frac{\sigma l^2/2}{\lambda + hl} \end{aligned} \right.$

$$= \frac{\sigma S l}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{hl + \lambda} \right)$$

comme à la question 2/ on a de nouveau

$-\Phi(0) + \Phi(l) = \sigma S l$ (normal!) mais ici on évacue moins bien la chaleur par la face en $x=l$ (normal également).

Équilibre liq-vapeur en présence d'un gaz inerte

o/ $H = n \times f(T)$ $dH = TdS + VdP$ $dG = -SdT + VdP$ ($G = H - TS$)

1/ on a $\frac{dH}{dT} = C_p$ pour un GP. Donc lorsque C_p ne dépend pas de $T =$
 $H(T) = C_p(T - T_0) + H_0$

on a $dS = \frac{dH}{T} - \frac{V}{T}dP = C_p \frac{dT}{T} - nR \frac{dP}{P}$

en intégrant cela donne $S = S_0 + C_p \ln \frac{T}{T_0} - nR \ln \frac{P}{P_0}$

et donc l'enthalpie libre molaire est:

$$g = \frac{H - TS}{n} = RT \ln P + \frac{1}{n} \left\{ C_p(T - T_0) + H_0 - TS_0 - T C_p \ln \frac{T}{T_0} - nR \ln \frac{P}{P_0} \right\}$$

c'est bien de la forme $g(T, P) = RT \left\{ \ln P + \phi(T) \right\}$

où ϕ est une fonction intensive qui dépend de T seulement.

2/ comme on l'a vu en cours on a égalité des enthalpies libres molaires (ou molaire ou "par particule" c'est la même chose) entre la phase liquide et la phase gazeuse à l'équilibre liquide-vapeur =

$$g_l(T, P) = g_g(T, P_1)$$

(pression du liquide) — \uparrow — pression partielle du gaz

si à T fixé on fait $P \rightarrow P + dP$ et $P_1 \rightarrow P_1 + dP_1$ on doit avoir $dg_l = dg_g$ soit (en utilisant la réponse à la question 0/ et la formule (3) de l'énoncé) =

$$v_l dP = RT \frac{dP_1}{P_1} \quad \text{où } v_l \text{ est le volume molaire dans la phase liquide.}$$

donc si $dP > 0$, dP_1 l'est également = c'est contre intuitif. Comme $RT/P_1 \gg v_l$ (volume molaire du gaz \gg celui du liquide) et $dP = dP_1 + dP_2$ on a également $dP_1 \approx \frac{v_l}{RT/P_1} dP_2 =$ on ajoute du gaz inerte et cela augmente la quantité de vapeur dans la cellule!

A.N = $\frac{\Delta P_1}{P_1} \approx \frac{v_l \Delta P}{RT}$ avec $v_l = \left(\frac{\text{volume}}{\text{masse}} \right) \times \left(\frac{\text{masse}}{\text{molaire}} \right) = 1 \text{ l/kg} \times 18 \text{ g/mol} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$

$\approx \frac{18 \cdot 10^{-6} \times 10^7}{834 \times 300} \approx 7.5\% \rightarrow \Delta P_1 = 270 \text{ Pa}$