PARTIEL DE THERMODYNAMIQUE

Durée : 2 heures

Les documents et les téléphones portables ne sont pas autorisés. Les calculatrices sont autorisées.
Barème approximatif : 1$^{\text{er}}$ exercice = 9.5 pts ; 2$^{\text{ème}}$ exercice = 10.5 pts.
Dans le second exercice, les questions 1 et 2(a) peuvent être sautées sans gène pour la suite.

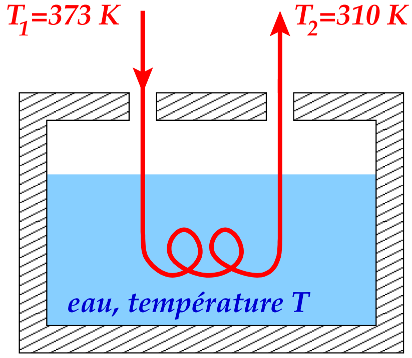
1 Mesure de la capacité thermique de CO_2 gazeux

0/ *Question de cours.*

(a) On considère une transformation à pression constante (égale à la pression extérieure) au cours de laquelle un système reçoit une quantité de chaleur Q. Relier Q à la variation d'un potentiel thermodynamique.

(b) Donner l'expression de la capacité thermique massique à pression constante c_P d'un système en fonction de la dérivée partielle appropriée de son enthalpie massique h.

On établit, *à pression constante*, un courant gazeux dans un serpentin métallique avec un débit massique constant $d_{\rm m}$. Le serpentin est plongé dans un calorimètre rempli d'eau dont la capacité thermique totale est notée C (cette capacité inclut l'eau, le calorimètre et ses accessoires). Le gaz, initialement chauffé dans un four, arrive dans le calorimètre à une température T_1. En régime permanent, le calorimètre, l'eau qu'il contient et le gaz sortant sont à la même température T_2.



1/ Soit h_1 (resp. h_2) l'enthalpie massique du CO_2 entrant (resp. sortant) dans le calorimètre. Montrer qu'en régime permanent, si l'on appelle δQ la quantité de chaleur reçue par le CO_2 de la part du calorimètre pendant dt, on a

$$\frac{\delta Q}{{\rm d}t} = d_{\rm m}(h_2 - h_1)\ . \tag{1}$$

Indication : on pourra se calquer (en plus simple) sur le raisonnement utilisé lors de l'étude de la transformation de Joule-Kelvin.

On supposera dans tout l'exercice que la capacité thermique massique à pression constante c_P du CO_2 est constante entre T_1 et T_2. Relier alors $\delta Q/{\rm d}t$ à $T_2 - T_1$. Quel est le signe de $\delta Q/{\rm d}t$?

2/ Le calorimètre n'est pas parfaitement calorifugé. On modélise les pertes thermiques par unité de temps comme étant proportionnelles à l'écart entre la température T du calorimètre (et de l'eau qu'il contient) et celle T_0 (supposée constante) du milieu extérieur. Pour ce faire on introduit un paramètre constant $k > 0$ tel que si $\delta Q_{\rm perte}$ est la chaleur cédée par le calorimètre à l'extérieur pendant dt on a

$$\frac{\delta Q_{\rm perte}}{{\rm d}t} = k\,(T - T_0)\ . \tag{2}$$

On a bien-sûr $\delta Q_{\rm perte}/{\rm d}t > 0$: le calorimètre cède effectivement de la chaleur à l'extérieur.

(a) On se place en régime permanent (donc $T = T_2$). Faire le bilan thermique au niveau du calorimètre et en déduire une expression de c_P en fonction de k, d_m, T_0, T_1 et T_2.

(b) Pour déterminer c_P grâce à la formule que l'on vient de démontrer, il faut connaître la valeur de la constante k. Pour cela on utilise le procédé suivant: une fois le régime permanent atteint, on coupe le courant gazeux. La température T du calorimètre, initialement égale à T_2, diminue. Donner la loi de variation de T en fonction du temps correspondante (on supposera que la capacité thermique C reste constante entre T_2 et T_0).

(c) Déterminer la valeur numérique de k puis celle de c_P en sachant que 6 minutes après que l'on a coupé le courant gazeux la température T du calorimètre a baissé de 2 K. On prendra soin de préciser les unités.

On donne $C = 4$ kJ/K, $d_\mathrm{m} = 0,47$ g/s, $T_0 = 293$ K, $T_1 = 373$ K et $T_2 = 310$ K.

2 Équilibre thermique avec une pseudo-source

On considère n moles d'un gaz parfait en contact avec une pseudo-source dont la capacité thermique $C_\mathrm{p.s}$ est indépendante de la température. Le gaz n'échange de la chaleur qu'avec la pseudo-source. La transformation est réversible, ce qui impose qu'à chaque étape le gaz et la pseudo-source sont à l'équilibre thermique.

1/ Faire le bilan thermique du système {pseudo-source + gaz} lors d'une modification de température $T \to T + \mathrm{d}T$. En utilisant le premier principe de la thermodynamique et les propriétés des gaz parfaits, en déduire une équation différentielle à variables séparables reliant l'évolution de deux grandeurs (au choix entre T, V et P) caractéristiques de l'état du gaz.

2/ On considère désormais le cas d'un gaz parfait dont C_V ne dépend pas de la température.

(a) Montrer que durant la transformation le gaz obéit à une loi de la forme $PV^a = C^{\mathrm{ste}}$ où

$$a = (\gamma + C_\mathrm{p.s}/C_V)\Big/(1 + C_\mathrm{p.s}/C_V)\ .$$

(b) Discuter les cas limites $C_\mathrm{p.s}/C_V = 0$ et $C_\mathrm{p.s}/C_V \to \infty$. Donner un encadrement de a.

3/ Exprimer la chaleur reçue par le gaz et sa variation d'entropie en fonction de $C_\mathrm{p.s}$, T_ini (température initiale) et T_fin (température finale).

4/ On considère deux pseudo-sources S_1 et S_2, du type étudié précédemment. Les sources ont la même capacité thermique (finie) $C_\mathrm{p.s}$. n moles de gaz parfait décrivent le cycle moteur réversible suivant:
$A \to B$: Le gaz en équilibre thermique avec S_2 subit une détente de T_2 à $T_0 (< T_2)$.
$B \to C$: Le gaz, isolé thermiquement, subit une détente jusqu'à atteindre une température T_1.
$C \to D$: Compression du gaz en équilibre avec S_1 de T_1 à T_0.
$D \to A$: Le gaz, isolé thermiquement, est comprimé jusqu'à atteindre la température T_2.

(a) Représenter ce cycle sur un diagramme de Clapeyron. On tracera les isothermes à T_1, T_0 et T_2. On vérifiera que le sens de parcours est compatible avec un cycle moteur. Calculer le travail W reçu par le gaz au cours du cycle. On l'exprimera en fonction de $C_\mathrm{p.s}$, T_0, T_1 et T_2.

(b) Exprimer T_0 en fonction de T_1 et T_2 (*indication :* calculer la variation d'entropie du gaz sur un cycle). En déduire une expression de W en fonction de C_ps, T_0 et T_1.

(c) Définir et calculer l'efficacité η du moteur. On l'exprimera en fonction de T_1 et T_2. On la comparera à l'efficacité η_rev d'un moteur fonctionnant de manière réversible entre deux sources parfaites de température T_2 et T_1.