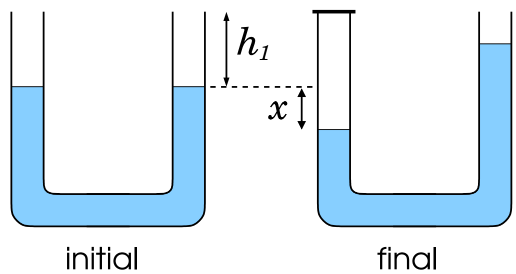
PARTIEL DE THERMODYNAMIQUE

Durée : 2 heures

Les documents et les téléphones portables ne sont pas autorisés. Les calculatrices sont autorisées.
Barème approximatif : 1$^{\text{er}}$ exercice = 11 pts ; 2$^{\text{ème}}$ exercice = 9 pts.

1 Tube en U

Un tube en U, ouvert à ses deux extrémités et de section uniforme $S = 1$ cm^2, contient du mercure. Le tube est initialement dans la configuration illustrée sur la figure ci-contre : le ménisque supérieur est, de chaque côté, à une distance $h_1 = 50$ cm du sommet du tube. Il est au contact de l'air à la pression atmosphérique et à la température T_0.
On ferme hermétiquement le côté gauche du tube à son sommet et on augmente la température jusqu'à une valeur T. La pression atmosphérique P_0 reste constante et correspond à une hauteur $h_0 = 76$ cm de mercure.



1/ En assimilant l'air à un gaz parfait, déterminer la valeur de T pour laquelle la colonne de mercure dans le tube de gauche chute d'une valeur $x = 10$ cm. On donnera l'expression littérale de T/T_0 en fonction de x, h_1 et h_0 ainsi que la valeur numérique de T (on prendra $T_0 = 300$ K).

2/ Tracer les isothermes aux températures T_0 et T dans le diagramme de Clapeyron ainsi que la courbe représentant la transformation subie par l'air piégé dans la colonne de gauche du tube.

3/ Montrer que le travail W reçu par l'air piégé dans la colonne de gauche du tube lors de la transformation (supposée quasi-statique) a pour expression

$$W = -P_0\, S\, x \left(\frac{x}{h_0} + 1 \right) \; . \tag{1}$$

Montrer que cette expression peut-être séparée en deux composantes, dont l'une correspond au travail nécessaire pour déplacer le mercure dans le tube en U. Vous interpréterez l'autre composante de W. *On peut répondre à cette question (et aux suivantes) sans avoir su dériver l'expression* (1).

4/ Calculer la quantité de chaleur reçue par l'air piégé dans la colonne de gauche du tube. Quelle est sa variation d'entropie ? Donner les valeurs numériques correspondantes. On supposera que l'air est caractérisé par un paramètre γ constant: $\gamma_{\text{air}} = 1,4$.

5/ Calculer la variation d'entropie de l'univers pour les deux scénarios suivants:

(a) On chauffe le gaz en augmentant brutalement la température de l'air ambiant, de sorte que l'on peut considérer le réchauffement comme résultant de la mise en contact du gaz avec un thermostat à la température T.

(b) La température est augmentée lentement, de sorte que l'on peut considérer que le réchauffement est obtenu par la mise en contact du gaz avec une infinité de thermostats dont la température s'échelonne graduellement de T_0 à T.

2 Climatisation d'un local

Pour refroidir un local on utilise une machine thermique fonctionnant selon un cycle ditherme **réversible**. Le local (température T_1) joue le rôle de source froide. La source chaude est une piscine à la température T_2. Le système thermodynamique considéré est un fluide qu'une pompe fait circuler entre les deux sources et qui reçoit de l'extérieur une puissance mécanique $\mathscr{P}$, de la source chaude une puissance thermique Π_2 et de la source froide une puissance thermique Π_1 (ces quantités sont algébriques).

Le **local** reçoit en outre, de la part l'atmosphère extérieure (dont la température T_2 est égale à celle du bassin), une puissance thermique π proportionnelle à l'écart de température: $\pi = a{\cdot}(T_2 - T_1)$ où a est une constante positive.

1/ On souhaite maintenir constante la température du local. Le rôle de la pompe est donc simplement de compenser l'apport thermique de l'atmosphère.

(a) Déterminer la puissance $\mathscr{P}$ que le moteur doit fournir. Pour cela, on appliquera les principes de la thermodynamique à une transformation cyclique du fluide. Application numérique : $T_1 = 295$ K, $T_2 = 305$ K, $a = 10^2$ W.K^{-1}.

(b) La masse d'eau M du bassin n'est pas infinie, mais assez grande pour que les calculs précédents restent valables, et que la température du bassin ne varie que très peu pendant la durée de fonctionnement de la pompe.

Calculer la quantité de chaleur reçue par la piscine pendant un laps de temps τ. En déduire la valeur minimale que doit avoir M pour que l'élévation de la température de l'eau n'excède pas 0,1 K au bout de $\tau = 10$ heures de fonctionnement. La valeur obtenue est-elle raisonnable ? On utilisera la valeur de la capacité thermique massique de l'eau: $c_\mathrm{p} = 4,2 \times 10^3$ J.kg^{-1}.K^{-1}.

2/ On veut maintenant refroidir le local. Sa capacité thermique est Γ et on néglige ici la puissance thermique fournie par l'atmosphère ($\pi = 0$). La température T_1 du local va diminuer, mais on admet que celle du bassin reste constante et égale à T_2.

(a) Calculer la variation $\mathrm{d}T_1$ de la température du local pendant un laps de temps $\mathrm{d}t$ en fonction de $\mathscr{P}$, de T_1, T_2 et Γ.

(b) Quand on met la machine en marche la température du local vaut $T_1(0) = T_2$. Déterminer la valeur de T_1 au bout d'un temps t. Indication : après l'intégration de l'équation différentielle on notera $\theta_1(t) = T_1(t) - T_1(0)$ et on fera l'hypothèse que $|\theta_1(t)| \ll T_2$; on rappelle également que $\ln(1+\epsilon) = \epsilon - \frac{1}{2}\epsilon^2 + \mathcal{O}(\epsilon^3)$.

Tracer schématiquement le graphe de θ_1 en fonction du temps.

(c) Calculer numériquement le temps nécessaire pour diminuer la température du local de 10 K en utilisant les données précédentes et $\Gamma = 3 \times 10^6$ J.K^{-1}, $\mathscr{P} = 40$ W.