S3 PMCP 2014/2015 15 décembre 2014

EXAMEN DE THERMODYNAMIQUE

Durée : 2 heures

Les documents et les téléphones portables ne sont pas autorisés. Les calculatrices sont autorisées. Barème approximatif : 1$^{\text{er}}$ problème : 8 points ; 2$^{\text{ème}}$ problème : 12 points.

A Vaporisation de l'eau

Une masse $M = 1$ kg d'eau liquide est contenue dans un récipient fermé par un piston, à 100° C sous $P_a = 1$ atm. On donne la chaleur latente de vaporisation de l'eau à 100° C : $L_v = 2.25 \times 10^6$ J.kg^{-1}.

À chaque question on donnera un résultat littéral (que l'on justifiera) et la valeur numérique associée.

1/ Par déplacement infiniment lent du piston, l'ensemble étant placé dans un thermostat à 100° C, on réalise la vaporisation totale de l'eau. Dans l'état final, juste à la fin de la vaporisation totale, le volume occupé par la vapeur d'eau est $V_{\mathrm{f}} = 1.67$ m^3.

(a) Comment aurait-on pu déterminer de manière approchée la valeur de V_{f} si elle n'était pas donnée par l'énoncé ? Quel résultat obtient on alors ? Comment expliquer la différence avec la valeur de l'énoncé ?

(b) Justifier que le volume occupé initialement par l'eau liquide est négligeable devant V_{f} (on donnera un ordre de grandeur chiffré).

(c) Représentez la transformation subie par la masse d'eau dans un diagramme de Clapeyron sur lequel vous placerez la courbe de saturation et l'isotherme d'Andrews pertinent.

(d) Calculez la chaleur et le travail mécanique reçus par l'eau ainsi que ses variations d'énergie interne, d'enthalpie et d'entropie.

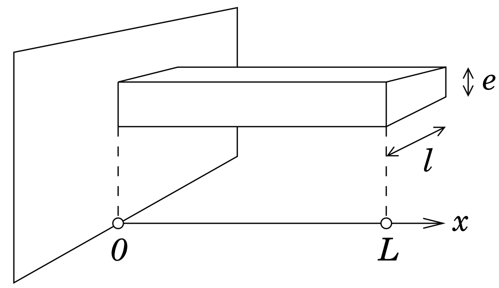
(e) Quelle est la variation d'entropie de l'univers (c'est à dire de l'ensemble {eau+thermostat})?

2/ On place directement la masse $M = 1$ kg d'eau liquide, prise à 100° C, dans un récipient thermostaté à 100° C et de volume $V_{\mathrm{f}} = 1.67$ m^3 initialement vide[1]. L'eau s'y vaporise instantanément. On a donc les mêmes états final et initial qu'à la question précédente. Déterminez les mêmes grandeurs qu'en 1/(d). Quelle est ici la variation d'entropie de l'univers?

B Ailette de refroidissement

Des ailettes métalliques permettent d'évacuer la chaleur produite dans de nombreux dispositifs (moteurs, ordinateurs, radiateurs...). Le but de cet exercice est d'étudier un tel dispositif afin d'optimiser son efficacité.

[1]La procédure est la suivante: on met côte à côte deux enceintes, l'une contenant l'eau liquide, l'autre initialement vide. Elle sont séparées par une paroi que l'on escamote rapidement, ce qui permet au système d'occuper un volume total final V_{f}.



On considère une ailette parallélépipèdique de longueur L, largeur l et épaisseur e. On se place en régime stationnaire (indépendant du temps) et on suppose que la température $T(x)$ de l'ailette est la même en tout point d'une section droite d'abscisse x (cf. figure ci-contre). La température en $x = 0$ est T_0, fixée (c'est la température de l'objet dont on veut évacuer la chaleur).

On admettra que les pertes thermiques sur la surface de l'ailette en contact avec l'atmosphère sont données par l'expression

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}\sigma} = h\Big(T(x) - T_a\Big)\ , \tag{1}$$

où $\mathrm{d}\mathcal{P}/\mathrm{d}\sigma$ est la puissance thermique perdue par élément d'aire, et h une constante positive, caractéristique des échanges thermiques entre l'ailette et l'atmosphère (dont la température est T_a).

1/ On considère une tranche de l'ailette comprise entre les abscisses x et $x + \mathrm{d}x$. Établir le bilan énergétique et montrer qu'il conduit à une équation reliant la température $T(x)$ et le courant de chaleur $J_{\mathrm{th}}(x)$ (plus exactement $\mathrm{d}J_{\mathrm{th}}/\mathrm{d}x$). En déduire que la température obéit à l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}^2T}{\mathrm{d}x^2} = \alpha^2\Big(T(x) - T_a\Big)\ , \quad \text{avec} \quad \alpha^2 = \frac{2(e+l)h}{e\,l\lambda}\ , \tag{2}$$

λ étant la conductivité thermique du matériau dont est constituée l'ailette.

2/ Résoudre l'équation (2). On prendra, après l'avoir justifiée, la condition au bord en $x = L$:

$$-\lambda\ \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=L} = h\Big(T(L) - T_a\Big)\ . \tag{3}$$

On pourra travailler avec la fonction $\theta(x) = T(x) - T_a$, dont on montrera qu'elle s'exprime comme la combinaison linéaire de deux exponentielles, l'une décroissante, l'autre croissante, avec des coefficient respectifs A et B solutions du système

$$\left\{\begin{array}{rcl} A + B & = & T_0 - T_a\ , \\ A - M\,B & = & 0\ , \end{array}\right. \qquad \text{où} \quad M = \frac{\lambda\alpha + h}{\lambda\alpha - h}\,\exp(2\alpha L)\ .$$

3/ Calculer la puissance thermique $\mathscr{P}$ évacuée par l'ailette[2]. Montrer qu'elle devient quasi-indépendante de la longueur de l'ailette lorsque celle-ci devient grande devant une valeur typique L^* que l'on précisera.

Application numérique: l'ailette est en aluminium ($\lambda = 230$ W.m^{-1}.K^{-1}, $h = 25$ W.m^{-2}.K^{-1}) et a pour dimensions $l = 10$ cm, $e = 1$ cm. Calculer L^*.

Pour une longueur $L \gg L^*$ et une masse d'aluminium données, comment doit on choisir les dimensions e et l de la section droite de l'ailette pour évacuer le plus de chaleur possible ?

[2]Indication: On pourra utiliser le fait qu'on est en régime permanent et remarquer qu'il y a donc plusieurs manières de calculer cette quantité. On choisira la plus simple, qui ne consiste pas à évaluer la somme des pertes surfaciques.