PARTIEL DE THERMODYNAMIQUE

Durée : 2 heures

Les documents et les téléphones portables ne sont pas autorisés. Les calculatrices sont autorisées. Barème approximatif : 1$^{\text{er}}$ exercice = 11.5 pts ; 2$^{\text{ème}}$ exercice = 8.5 pts.

1 Cycle d'Otto.

On se propose d'étudier le cycle d'Otto, qui est une idéalisation du cycle du moteur à explosion. Le système est constitué par un mélange air-essence contenu dans un cylindre. Au cours d'un cycle, ce mélange – que l'on considèrera comme un gaz parfait – subit successivement les 4 transformations **réversibles** suivantes :

- Une compression adiabatique de l'état 1 (P_1, V_1, T_1) vers l'état 2 (P_2, V_2, T_2).
- Une combustion isochore de l'état 2 vers l'état 3 (P_3, V_3, T_3).
- Une détente adiabatique de l'état 3 vers l'état 4 (P_4, V_4, T_4).
- Un refroidissement isochore de l'état 4 vers l'état 1.

On donne les valeurs suivantes $R = 8.314$ J.mol^{-1}.K^{-1}, $\gamma = 1.4$, $V_1 = 800$ cm^3, $V_2 = 90$ cm^3, $P_1 = 10^5$ Pa, $T_1 = 340$ K et $T_3 = 2430$ K.

1/ Représenter le cycle d'Otto dans un diagramme de Clapeyron. Déterminer les valeurs numériques de la pression, du volume et de la température dans chacun des états 1, 2, 3 et 4 (on pourra présenter les résultats dans un tableau).

2/ Calculer les travaux et chaleurs échangés au cours des 4 transformations constituant le cycle. On donnera les expressions littérales et les valeurs numériques.

3/ Déterminer la variation d'entropie du système au cours de chacune des 4 transformations. En déduire la variation d'entropie du système au cours d'un cyle. Conclure.

4/ Le cycle est-il moteur ou récepteur ? Exprimer son rendement ρ en fonction des températures T_1, T_2, T_3 et T_4. Donner sa valeur numérique. On appelle $x = V_1/V_2$ le taux de compression du cycle ($x > 1$). Exprimer ρ en fonction de x. Tracer (qualitativement) la variation de ρ en fonction de x.

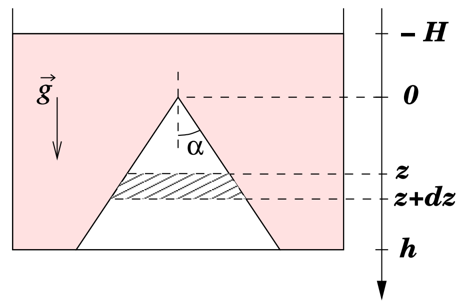
5/ Le mélange air-essence s'enflamme spontanément à 603 K. On souhaite éviter que ce genre de situation n'arrive durant la phase de compression (c'est ce qui se passait avec les données numériques utilisées jusqu'ici !). L'explosion est ensuite souhaitée, et même provoquée, à partir de l'état 2.

(a) V_1, P_1 et T_1 gardant les valeurs fixées en début d'énoncé, déterminer la valeur de V_2 qui donne le meilleur rendement tout en évitant l'enflammement spontané.

(b) En déduire le rendement maximal dans ces conditions.

(c) Avec ce rendement, calculer, en chevaux (1 ch = 736 W) la puissance du véhicule en régime nominal (2400 cycles/minute), sachant que le moteur possède 4 cylindres identiques fonctionnant chacun sur un cycle d'Otto. On admettra que la chaleur reçue par chaque cylindre lors de la combustion est, pour un cycle, $Q_{\text{recue}} = 800$ J.

2 Hydrostatique.



On considère un cône, de demi-angle au sommet α et de hauteur h, immergé dans un fluide incompressible de densité ρ, à une hauteur H sous la surface (cf. figure ci-contre). Le but de cet exercice est de calculer la **norme** F de la **résultante des forces de pression** qui s'exercent sur les parois latérales du cône.
On rappelle que le volume du cône est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

1/ Première méthode. On note P_{atm} la pression atmosphérique et P_0 la pression qui règne au sein du fluide à la cote $z = 0$ (sommet du cône).

(a) Exprimer P_0 en fonction de P_{atm} et donner l'expression de $P(z)$, pression qui règne dans le fluide à la cote z, en fonction de P_0 et des paramètres du problème.

(b) On considère une tranche du cône comprise entre les cotes z et $z + dz$ (cf. figure). Donner l'expression de l'aire dS de sa surface latérale en fonction[1] de z, dz et α. En déduire l'expression de la résultante vectorielle $d\vec{F}$ des forces de pression s'exerçant sur la surface latérale de la tranche en fonction de P_0, ρ, g, z, dz et $\tan\alpha$.

(c) En déduire que F s'exprime comme

$$F = S\left(P_0 + \frac{2}{3}\rho\, g\, h\right) , \tag{1}$$

où S est l'aire de la base du cône.

2/ Deuxième méthode. On va maintenant dériver ce résultat en utilisant une version légèrement modifiée du théorème d'Archimède. On remplace le cône par du fluide (de même densité ρ que le reste du fluide).

(a) On note R la norme de la réaction exercée par le support sur la base du cône de fluide. En écrivant l'équilibre mécanique du cône de fluide dans le champ de pesanteur uniforme (accélération $\vec{g} = g\,\vec{e}_z$), donner une relation entre F et R faisant intervenir les paramètres du problème.

(b) Donner l'expression de R en fonction de S et $P(z = h)$.

(c) Retrouver alors l'expression (1) de F.

[1]Indication: α intervient *via* le rapport $\sin\alpha/\cos^2\alpha$.