S3 PMCP 2015/2016 28 octobre 2015

PARTIEL DE THERMODYNAMIQUE

Durée : 2 heures

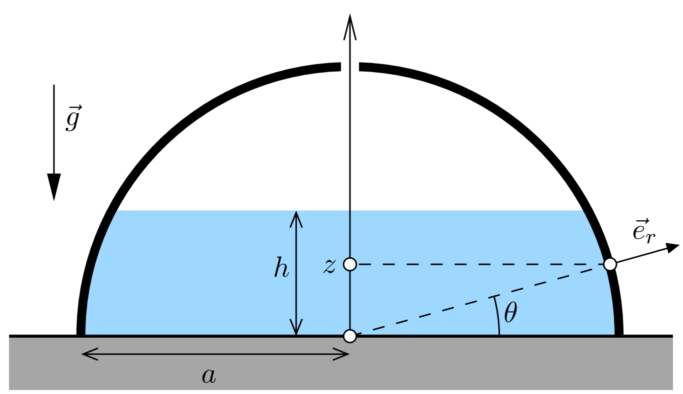
Les documents et les téléphones portables ne sont pas autorisés. Les calculatrices sont autorisées. Barème approximatif : 1$^{\text{er}}$ exercice = 6 pts ; 2$^{\text{ème}}$ exercice = 14 pts.

A Hydrostatique

0/ *Questions de cours:* Rappeler la relation de Pascal déterminant la pression à une profondeur H dans un fluide homogène de masse volumique ρ en présence d'un champ de pesanteur uniforme. On notera g l'accélération de la pesanteur et P_{atm} la pression atmosphérique.

On introduit par un minuscule orifice un liquide de masse volumique ρ dans une coupole hémisphérique de rayon a. Le liquide ne fuit pas par le contact entre la demi-sphère (qui n'a pas de fond) et le plan horizontal sur lequel elle est posée.

1/ Déterminer la résultante des forces de pression (intérieures et extérieures) subies par la demi-sphère lorsqu'on a introduit une hauteur h de fluide dans le dispositif. Pour contrôler vos calculs vous pourrez vérifier que l'expression de l'élément d'aire que vous utilisez conduit bien à $\iint_{1/2\,\text{sphère}} \mathrm{d}^2 S = 2\pi a^2$.
Si vous ne trouvez pas le résultat par le calcul vous pouvez l'obtenir (à une constante multiplicative sans dimension près) par analyse dimensionnelle en admettant qu'il ne dépend ni de a ni de P_{atm}[1].



2/ La demi-sphère a une épaisseur e ($e \ll a$) et est constituée d'un matériau de masse volumique μ. Quelle relation doit-on avoir entre ρ, μ, a et e pour que la demi-sphère se soulève lorsqu'on la remplit entièrement ?

A.N: La coupole est en acier ($\mu = 8000$ kg.m^{-3}) et a une épaisseur $e = 3$ mm. Quel est le rayon minimal au delà duquel toutes les coupoles se soulèvent lorsqu'on les remplit avec de l'eau ?

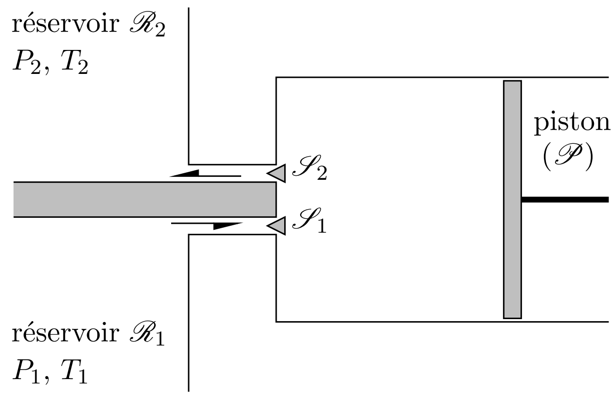
B Compresseur calorifugé (concours 2005)

0/ *Questions de cours:* Donner l'expression des capacités thermiques C_V et C_P de n moles d'un gaz parfait en fonction de R et γ.

Calculer la variation d'entropie de n moles de gaz parfait entre deux états P_1, T_1 et P_2, T_2 (pour un gaz dont γ est indépendant de T). En déduire la relation de Laplace entre pression et température lors d'une transformation adiabatique réversible de ce gaz parfait.

[1] Dans la suite vous noterez alors K la constante de proportionnalité, et pour faire les applications numériques vous prendrez, faute de mieux, $K = 1$.

On étudie la compression d'un gaz dans un dispositif formé de 2 réservoirs de grandes dimensions et d'un cylindre fermé par un piston, et dont toutes les parois (et les soupapes) sont **parfaitement calorifugées**. Le système prélève du gaz dans le réservoir $\mathscr{R}_1$ (maintenu à la pression P_1 et la température T_1), le transfère dans le cylindre, le comprime, puis le refoule dans le second réservoir ($\mathscr{R}_2$ maintenu à P_2 et T_2). Le gaz est un gaz parfait dont le coefficient γ est indépendant de la température.



La transformation s'effectue en trois étapes:

(I) La soupape $\mathscr{S}_1$ est ouverte, et $\mathscr{S}_2$ est fermée. Le piston $\mathscr{P}$, initialement au fond du cylindre, se déplace de sorte que le volume interne du cylindre passe de 0 à V_1. Par ce déplacement, une masse de gaz initialement contenue dans $\mathscr{R}_1$ est aspirée dans le cylindre à température T_1 et à pression P_1 constantes. On notera n le nombre de moles aspirées.

(II) Les deux soupapes sont fermées. La masse de gaz est alors comprimée de manière réversible, par déplacement du piston, de l'état (P_1, V_1, T_1) à l'état (P_2, V_2, T_2) avec $0 < V_2 < V_1$.

(III) La soupape $\mathscr{S}_2$ est ouverte, et $\mathscr{S}_1$ est fermée. Le gaz est refoulé à P_2 et T_2 constantes dans le réservoir $\mathscr{R}_2$ par le mouvement du piston qui se retrouve finalement au fond du cylindre.

1/ Représenter les trois étapes de fonctionnement du dispositif sur un diagramme donnant la pression interne P_{int} du cylindre en fonction de son volume interne V_{int}[2]. Quelle est la nature de la tranformation (II) subie par le gaz dans le cylindre ? En déduire l'expression de T_2 en fonction de T_1, P_1 et P_2.

2/ Déterminer, au cours de chacune des trois étapes, les quantités de travail et de chaleur que la masse de gaz aspirée a reçues, ainsi que sa variation d'énergie interne et d'entropie. Déterminer également, au cours de chaque étape, la quantité de travail qu'elle a reçue **de la part du piston**. Presenter tous ces résultats sous forme d'un tableau (5 colonnes pour chacune des 3 étapes).

3/ Donner sur le diagramme de la question 1/, une représentation graphique du travail total $W_{\mathscr{P}}$ reçu par la masse de gaz de la part du piston.

4/ Donner l'expression de $W_{\mathscr{P}}$ en fonction des paramètres adaptés. Montrer que $W_{\mathscr{P}}$ représente la variation d'une fonction d'état du gaz entre les états (P_1, T_1) et (P_2, T_2). Laquelle ?
Hors barême: Ce résultat se généralise-t-il à un gaz non parfait ? Démontrez le.

5/ On considère toujours un gaz parfait, mais avec ici $T_{\text{II}} \neq T_2$ où T_{II} est la température obtenue à la fin de l'étape II (alors qu'on a toujours $P_{\text{II}} = P_2$). On posera par exemple $T_{\text{II}} = x\,T_2$ avec $x \neq 1$. Au cours de l'étape III tout se passe alors comme si la quantité de gaz refoulée était mise en contact avec une source de chaleur à la température T_2.

Calculer la variation d'entropie de la masse de gaz entre l'état initial (masse de gaz dans $\mathscr{R}_1$) et l'état final (masse de gaz dans $\mathscr{R}_2$). Quelle est la variation d'entropie de l'univers ?

[2]Strictement parlant, ce n'est pas tout à fait un diagramme de Clapeyron, parce qu'il ne se rapporte pas à une quantité donnée de gaz, mais à l'état du cylindre. On parle de diagramme de Watt.