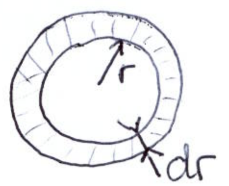
ECHAUFFEMENT LASER

1/



le flux de $\vec{J}_{th}$ sortant évacue l'énergie déposée par le laser :

$$2\pi(r+dr)\,J(r+dr) - 2\pi r\,J(r) = 2\pi r\,dr\,p(r)$$

on fait un DL à l'ordre 1 en dr :

$$J + r\frac{dJ}{dr} = r\,p(r) \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rJ) = p(r)}$$

2/ $$\mathcal{P}(r) = \iint_{r'<r} d^2S'\,p(r') = 2\pi\int_0^r r'dr'\,p(r') = \begin{cases} p_0\pi a^2 & \text{si } r>a \\ p_0\pi r^2 & \text{si } r<a \end{cases}$$

avec l'éq. (1) on a également :

$$\mathcal{P}(r) = 2\pi\int_0^r r'dr'\,p(r') = 2\pi\left[r'J(r')\right]_0^r = 2\pi r\,J(r)$$

il vient donc : $$J(r) = \begin{cases} p_0\, a^2/2r & \text{si } r\geq a \\ p_0\, r/2 & \text{si } r\leq a \end{cases}$$

où, avec la loi de Fourier : $J = -\lambda\frac{dT}{dr}$

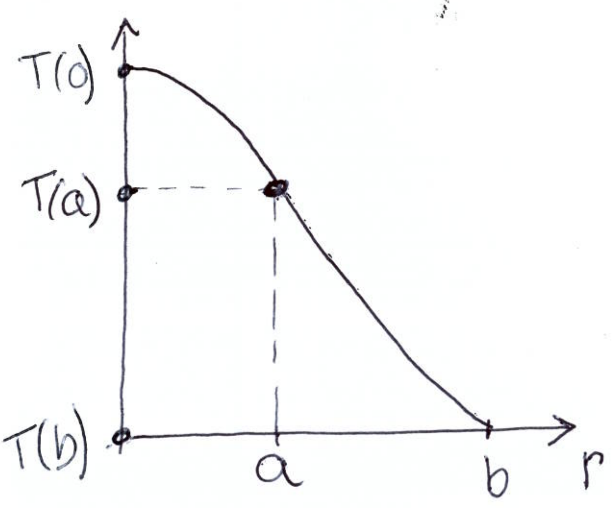
3/ pour $r\geq a$: $\frac{dT}{dr} = -\frac{p_0a^2}{2\lambda r} \longrightarrow T(r) = -\frac{p_0a^2}{2\lambda}\ln(r/b) + T_b$

pour $r\leq a$: $\frac{dT}{dr} = -\frac{p_0}{\lambda}\,r/2 \longrightarrow T(r) = -\frac{p_0}{4\lambda}r^2 + C^{ste}$

$$= -\frac{p_0}{4\lambda}(r^2-a^2) + T(a)$$

déterminé avec l'expression ci-dessus

allure de $T(r)$:



échauffement :

$$T(0) - T_b = \frac{p_0a^2}{4\lambda} - \frac{p_0a^2}{2\lambda}\ln(a/b)$$

$$= \frac{p_0a^2}{4\lambda}\left(1 + 2\ln(b/a)\right)$$

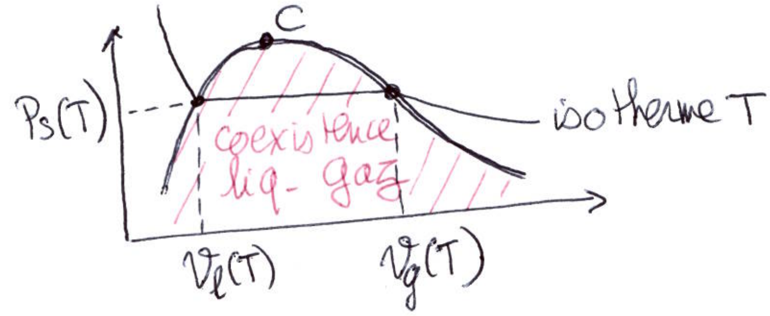
$$= 1.4\ \text{K}$$

CLAUSIUS - CLAPEYRON

0/ $\eta = \frac{-W}{Q_2}$ avec $\begin{cases} W + Q_1 + Q_2 = 0 & \text{1}^{\text{e}}\text{ principe} \\ \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 & \text{2}^{\text{e}}\text{ principe} \end{cases}$ ← égalité dans Carnot - Clausius car réversible

il vient $\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_2} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} = 1 - T_1/T_2$

1/ cf. cours



2/ le cycle représenté sur l'énoncé est moteur car il est parcouru dans le sens des aiguilles d'une montre. C'est un cycle de Carnot car :

→ les adiabatiques BC et DA sont réversibles

→ les échanges de chaleur avec la source chaude à temp. T (et froide à temp T+dT) sont également réversibles [= transition de phase à la coexistence]

on a : $Q_2 = M L_v(T)$ (>0) $\quad W = M\left(v_g(T) - v_\ell(T)\right) . dP$ (<0)

et donc

$$-\frac{W}{Q_2} = -\frac{(v_g - v_\ell)\, dP}{L_f} = \eta = 1 - \frac{T + dT}{T} = -\frac{dT}{T}$$

on obtient donc la relation de Clausius - Clapeyron :

$$L_v(T) = \left(v_g(T) - v_\ell(T)\right) T \frac{dP}{dT}$$

→ c'est bien sûr ici $\frac{dP_s}{dT}$

▨ estimation $T_{\text{ébul}}$ à 2000 m :

$L_v \simeq v_g T \frac{\Delta P}{\Delta T}$ où $v_g = \frac{V}{M} = \frac{n}{M} \frac{RT}{P} = \frac{RT}{\mathcal{M} P}$

alors $\Delta T \simeq \frac{RT^2}{\mathcal{M} L_v} \frac{\Delta P}{P} = -7{,}8\text{ K}$