Gay-Lussac partielle puis totale

0/ question de cours : $TdS + VdP = dH \overset{G.P.}{=} C_p dT = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} dT$

$$\Delta S = \int_i^f dS = nR\frac{\gamma}{\gamma-1}\int_{T_i}^{T_f}\frac{dT}{T} - nR\int_{P_i}^{P_f}\frac{dP}{P} = \frac{nR}{\gamma-1}\ln\left[\left(\frac{T_f}{T_i}\right)^{\gamma}\times\left(\frac{P_i}{P_f}\right)^{\gamma-1}\right]$$

donc ici relation de Laplace = isentropique $\Leftrightarrow T^{\gamma}/P^{\gamma-1} = C^{ste}$

- GP diatomique : $U = n\left(\frac{5}{2}RT + C^{ste}\right)$

1/ (a) 1^e^ principe : $0 \overset{ici}{=} \Delta U = \frac{5}{2}\underbrace{n_a R T_a}_{P'V} + \frac{5}{2}\underbrace{n_b R T_b}_{P'V} - \frac{5}{2}\underbrace{nRT}_{PV} \Rightarrow P' = P/2$

(b) le gaz (a) a subi une transf adiabatique reversible $\Leftrightarrow$ isentropique. Donc

$T_a^{\gamma}/P'^{\gamma-1} = T^{\gamma}/P^{\gamma-1} \rightarrow \frac{T_a}{T} = \left(\frac{P'}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rightarrow T_a = 244.46$ K

$n_a R T_a = P'V = \frac{PV}{2} = \frac{nRT}{2} \rightarrow \frac{n_a}{n} = \frac{1}{2}\left(\frac{T}{T_a}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/\gamma} = 0.6095$

or $n = \frac{PV}{RT} = 0.04036 \rightarrow n_a = 0.0246$ et $\frac{n_b}{n} = 1 - \frac{n_a}{n} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{1/\gamma}$ donc $n_b = 0.01576$

$n_b R T_b = P'V = \frac{PV}{2} = \frac{nRT}{2}$

donc $T_b/T = \frac{1}{2}\frac{n}{n_b} = \frac{1}{2}\frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{1/\gamma}} = 1.2804 \rightarrow T_b = 381.57$ K

(c) il est clair que $\Delta S_a = 0$

$$\Delta S_b = \frac{n_b R}{\gamma-1}\ln\left[\left(\frac{T_b}{T}\right)^{\gamma}\left(\frac{P}{P'}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{n_b R}{\gamma-1}\ln\left[\left(\frac{1}{2}\frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{1/\gamma}}\right)^{\gamma} 2^{\gamma-1}\right]$$

$$= \frac{n_b R}{\gamma-1}\ln\left[\frac{1}{2}\frac{1}{\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{1/\gamma}\right)^{\gamma}}\right] = \frac{n_b R}{\gamma-1}\ln\left[\frac{1}{2}\left(\frac{n}{n_b}\right)^{\gamma}\right]$$

on trouve $\Delta S_b = 0.2042$ J/K $= \Delta S_I > 0$ = normal.

2/ la variation d'entropie entre l'état de départ initial (tout le gaz dans 1 enceinte) et l'état final (gaz equiréparti avec $P' = P/2$ et $V' = 2V$, $T' = T$) est $\Delta S_{tot} = nR\ln 2 = 0,2326$ J/K

donc $\Delta S_{II} = \Delta S_{tot} - \Delta S_I = 0.0284$ J/K > 0 normal, la seconde étape est également irreversible.

Tube retourné

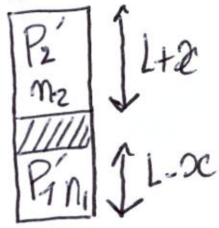
1/ l'équilibre du piston s'écrit : $P_1 s + mg = P_2 s$

donc $P_2 = P_1 + \dfrac{mg}{s} = 0.1\ \text{bar} + \dfrac{1}{5\,10^{-4}}\ \text{Pa} = 0.12\ \text{bar}$ (en prenant $g = 10\,\text{ms}^{-2}$)

$n_1 = \dfrac{P_1 L s}{RT} = 1{,}009\ 10^{-3}\ \text{mol}$ $\qquad n_2 = \dfrac{P_2 L s}{RT} = \left(\dfrac{P_2}{P_1}\right) n_1 = 1{,}211\ 10^{-3}\ \text{mol}$

2/ si on retourne le tube, le piston va certainement se déplacer vers le bas d'une distance x.

on aura :



avec $\begin{cases} P_1' = P_2' + mg/s \\ P_1'(L-x)s = n_1 RT \\ P_2'(L+x)s = n_2 RT \end{cases}$ 3 éqs pour 3 inconnues (P_1', P_2', x)

en reportant les expressions de P_1' et P_2' dans la 1ère équation :

$\dfrac{n_1 RT}{s(L-x)} = \dfrac{n_2 RT}{s(L+x)} + \dfrac{mg}{s}$ soit $n_1 RT(L+x) = n_2 RT(L-x) + mg(L^2 - x^2)$

qui s'écrit $mg\,x^2 + (n_1+n_2)RT\,x + (n_1-n_2)RTL - mgL^2 = 0$

discriminant $\Delta = (n_1+n_2)^2 R^2 T^2 + 4mgL\{(n_2-n_1)RT + mgL\} = 32.25325\ \text{J}^2$

on ne garde que la racine positive : $x = \dfrac{-(n_1+n_2)RT + \sqrt{\Delta}}{2mg} = 8.95\ \text{cm}$

3/ quasi-statique + zéro frottement $\rightarrow P_{ext} = P$

P_{ext} : exercée par piston

P : pression dans enceinte (1)

(a) travail reçu par (1) : $W = -\int P\,dV = -n_1 RT \int_{init}^{fin} \dfrac{dV}{V} = n_1 RT \ln\left(\dfrac{L}{L-x}\right)$

$T_{fin} = T_{init}$ + 1e loi de Joule $\rightarrow \Delta U = 0$

avec le 1er principe $\rightarrow Q = -W = -0.49\ \text{J}$

(b) identité thermo $TdS - PdV = dU \overset{G.P}{=} C_v\,dT \overset{ici}{=} 0$

donc $\int dS \overset{ici}{=} \int \dfrac{P}{T}\,dV = n_1 R \int_{init}^{fin} \dfrac{dV}{V} = -n_1 R \ln\left(\dfrac{L}{L-x}\right) = -1.65\ 10^{-3}\ \text{J/K}$

(c) en comparant les résultats de (a) et (b) $\rightarrow \Delta S = \dfrac{Q}{T}$

c'est le cas où on a égalité dans la relation de Carnot-Clausius $\rightarrow$ la transformation est réversible.