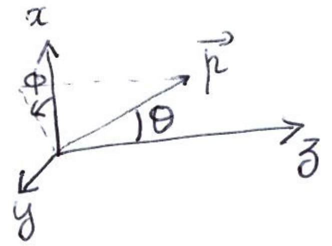
$\boxed{\text{Anisotropie du fond cosmique}}$

on a $\underset{\sim}{P} = \Lambda \underset{\sim}{P'}$ soit $\begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E'/c \\ p'_x \\ p'_y \\ p'_z \end{pmatrix}$

en remarquant que
$E/c = p$ et que $E'/c = p'$
cela donne :

$$\begin{cases} p = \gamma(p' + \beta p'_z) \\ p_x = p'_x \\ p_y = p'_y \\ p_z = \gamma(\beta p' + p'_z) \end{cases}$$



en utilisant des coord. sphériques
on obtient

$$\begin{cases} p = \gamma p'(1 + \beta\cos\theta') \\ \phi = \phi' \\ p\cos\theta = \gamma p'(\beta + \cos\theta') \end{cases} \longrightarrow \cos\theta = \frac{\beta + \cos\theta'}{1 + \beta\cos\theta'}$$

$$\begin{cases} d^3p = p^2 dp\, d(-\cos\theta)\, d\phi \\ d^3p' = p'^2 dp'\, d(-\cos\theta')\, d\phi' \end{cases} \rightarrow \frac{d^3p}{d^3p'} = \underbrace{\left(\frac{p}{p'}\right)^2}_{\gamma^2(1+\beta\cos\theta')^2} \underbrace{\frac{dp}{dp'}}_{\gamma(1+\beta\cos\theta')} \underbrace{\frac{d(\cos\theta)}{d(\cos\theta')}}$$

$\hookrightarrow$ on pose $\left[\begin{array}{l} u' = \cos\theta' \\ u = \cos\theta \end{array}\right.$

$$u = \frac{\beta + u'}{1 + \beta u'}$$

$$\rightarrow \frac{du}{du'} = \frac{1 + \beta u' - \beta(\beta + u')}{(1 + \beta u')^2}$$

$$= \frac{1}{\gamma^2(1+\beta\cos\theta')^2}$$

donc $\boxed{\dfrac{d^3p}{d^3p'} = \gamma(1 + \beta\cos\theta')}$

en écrivant $d^3N = F(\vec{p})\, d^3p = F'(\vec{p}')\, d^3p'$
on obtient

$$F'(\vec{p}') = \gamma(1 + \beta\cos\theta') \frac{\nu}{4\pi^3\hbar^3} \frac{1}{e^{cp/k_BT} - 1}$$

dans cette expression on veut tout
en fonction des quantités mesurées dans $\mathcal{R}'$ =

bien-sûr $\nu' = \nu/\gamma$ (contraction des longueurs)
et on a vu que $p = \gamma p'(1+\beta\cos\theta')$ - on a donc

$$\boxed{F'(\vec{p}') = \gamma^2(1+\beta\cos\theta')\frac{\nu'}{4\pi^3\hbar^3}\frac{1}{\exp\left[\frac{cp'}{k_B T'(\theta')}\right]-1} \quad \text{avec} \quad T'(\theta') = \frac{T}{\gamma(1+\beta\cos\theta')}}$$

la température la + élevée est $T'(\pi) = \dfrac{T}{\gamma(1-\beta)}$
et la + faible : $T'(0) = \dfrac{T}{\gamma(1+\beta)}$

on a $\dfrac{T'(\theta'=\pi) - T'(\theta'=0)}{T} = \dfrac{2\beta}{\gamma(1-\beta^2)} \simeq 2\beta$

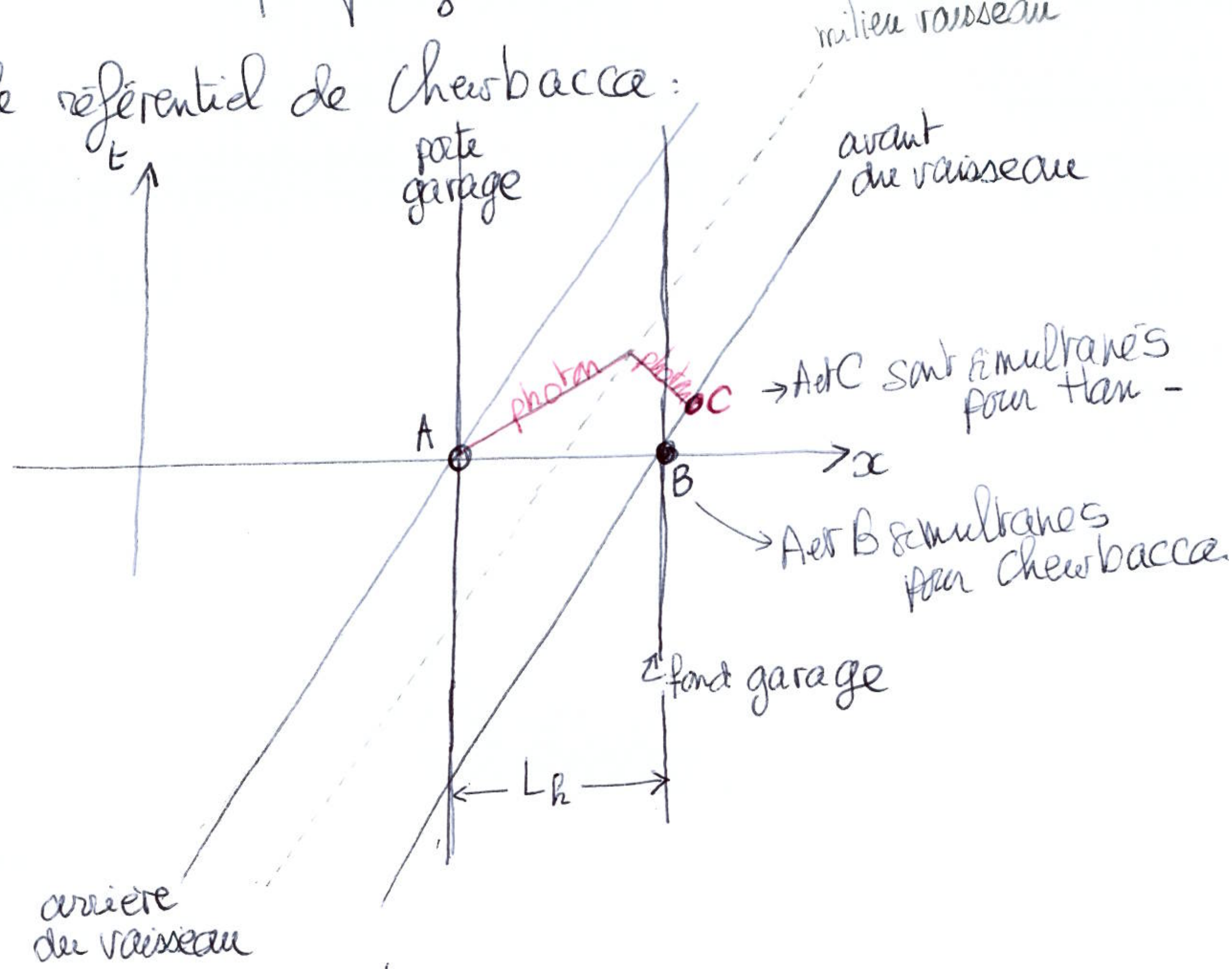
en prenant
$c = 3\,10^5$ km/s

donc $\beta \simeq \dfrac{3.358\,10^{-3}}{2.728} = 1.23\,10^{-3} \rightarrow V = 369$ km/s

Paradoxe du vaisseau

- la contraction des longueurs (cf. énoncé) donne $L_h = \frac{L'_v}{\gamma}$
avec $L'_v = 34.75$ m et $L_h = 30$ m
donc $\gamma = 1.158$ $\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \simeq 0.5$

- Dans le référentiel de Chewbacca :



A = fermeture de la porte
B = position, selon Chewbacca, de l'avant du vaisseau lorsque la porte se ferme
C = position, selon Han, de l'avant du vaisseau lorsque la porte se ferme.

on peut prendre $\underset{\sim}{A}$ comme l'évènement origine dans les 2 référentiels. En notant avec des primes les quantités évaluées dans le réf. de Han : $\underset{\sim}{A}' = (0,0)$ $\underset{\sim}{C}' = (0, L'_v)$ et le fond du hangar a $\underset{\sim}{B} = (ct, L_h)$ pour Chewbacca donc

$$\underset{\sim}{B}' = \begin{pmatrix} ct' \\ L'_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ L_h \end{pmatrix}$$

lorsque $t' = 0$ c'est que $ct = \beta L_h$ et alors
$L'_h = \gamma(-\beta ct + L_h) = \gamma L_h (1 - \beta^2) = L_h/\gamma = 25.9$ m
et $L'_v - L'_h = 8.85$ m