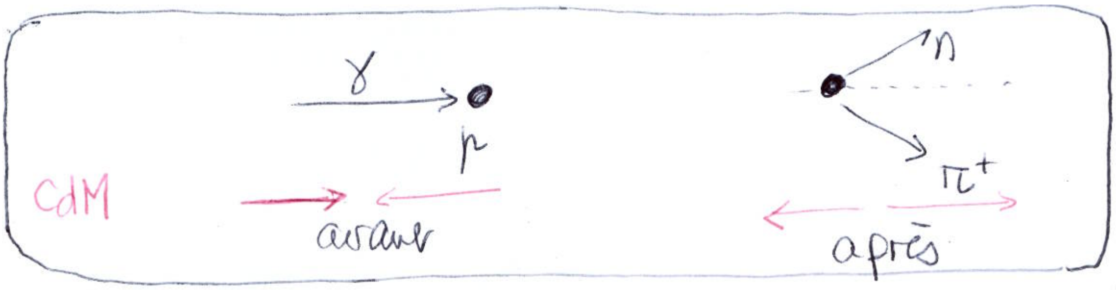

EXO A. collision γ-proton

dans ℛ $\underset{\sim}{P_\gamma} = \left(\frac{E_\gamma}{c}, \frac{E_\gamma}{c}\vec{e}_x\right)$

$\underset{\sim}{P_p} = (m_p c, \vec{0})$

$$\underset{\sim}{P_\gamma} + \underset{\sim}{P_p} = \underset{\sim}{P_n} + \underset{\sim}{P_\pi}$$

$$\underset{\sim}{P_{tot}} = \underset{\sim}{P_\gamma} + \underset{\sim}{P_p} \qquad \underset{\sim}{P_{tot}}^2 = \underset{\sim}{P_\gamma}^2 + \underset{\sim}{P_p}^2 + 2\,\underset{\sim}{P_\gamma} \cdot \underset{\sim}{P_p}$$

calcul dans ℛ $= 0 + m_p^2 c^2 + 2 m_p E_\gamma$

- Dans le CdM : $\underset{\sim}{P_\gamma^*} = \left(\frac{E_\gamma^*}{c}, \frac{E_\gamma^*}{c}\vec{e}_x\right)$

$$\underset{\sim}{P_p^*} = \Big(\frac{E_p^*}{c}, \underbrace{-\frac{E_\gamma^*}{c}\vec{e}_x}_{\vec{p}_p^{\,*}}\Big)$$

$$\underset{\sim}{P_{tot}^*} = \left(\frac{E_\gamma^* + E_p^*}{c}, \vec{0}\right) = \left(\frac{E_{tot}^*}{c}, \vec{0}\right)$$

$$\underset{\sim}{P_{tot}^{*}}^{2} = \frac{1}{c^2} E_{tot}^{*2} \quad \text{donc} \quad \boxed{E_{tot}^{*2} = m_p^2 c^4 + 2 m_p c^2 E_\gamma}$$

- seuil de réaction dans CdM = le n et le π sont produits au repos. Donc $E_{tot}^*\big)_{seuil} = m_n c^2 + m_\pi c^2$.

l'énergie seuil du photon dans ℛ est donc

$$\boxed{E_\gamma\big)_{seuil} = \frac{(m_n c^2 + m_\pi c^2)^2}{2 m_p c^2} - \frac{1}{2} m_p c^2}$$

→ si l'on prend $m_n = m_p \equiv m$ on obtient

$$E_\gamma\big)_{seuil} = m_\pi c^2 \left(1 + \frac{m_\pi}{2m}\right)$$

AN : $E_\gamma\big)_{seuil} = 151$ MeV

Transformation d'une onde plane

(1) $\vec{B} = \frac{\vec{e_y}}{c} \wedge \vec{E} = \frac{E_0}{c} e^{i(\omega t - ky)} \vec{e_x} = \frac{E_z}{c} \vec{e_x}$

$\vec{V} \parallel$ à $\vec{B}$ et $\perp$ à $\vec{E}$. Avec les formules de l'énoncé on obtient :

$\vec{E}' = \gamma \vec{E} \qquad \vec{B}' = \underset{\frac{1}{c} E_z \vec{e_x}}{\vec{B}} - \gamma \underbrace{\frac{\vec{V}}{c^2} \wedge \vec{E}}_{-\frac{V}{c^2} E_z \vec{e_y}} = \frac{1}{c} E_z \left(\vec{e_x} + \frac{\gamma V}{c} \vec{e_y}\right)$

on veut exprimer $\vec{E}'$ et $\vec{B}'$ en fonction des coordonnées (t', x', y', z')
il est clair que
$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \end{pmatrix}$$

donc $\omega t - ky = \omega \gamma \left(t' + \frac{V}{c^2} x'\right) - k y' \overset{\text{def}}{=} \Phi$

(2) la phase Φ dans $\mathcal{R}'$ peut se mettre sous la forme
$\Phi = \omega' t' - \vec{k}' \cdot \vec{r}'$ avec

$$\boxed{\omega' = \gamma \omega \qquad \vec{k}' = \begin{vmatrix} -\gamma \omega V/c^2 \\ +k \\ 0 \end{vmatrix}}$$

$$|\vec{k}'|^2 = \frac{\gamma^2 \omega^2 V^2}{c^4} + \overbrace{k^2}^{\omega^2/c^2}$$
$$= \frac{\omega^2}{c^2} \underbrace{(\gamma^2 \beta^2 + 1)}_{= \gamma^2} = \left(\frac{\gamma \omega}{c}\right)^2$$

on a bien $|k'|^2 = (\omega'/c)^2$

* on peut retrouver ce résultat en écrivant
$$\begin{pmatrix} \omega'/c \\ k'_x \\ k'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega/c \\ 0 \\ k \end{pmatrix}$$

→ modification de la pulsation = effet Doppler. Mais ici on est la la config. où $\vec{k} \perp \vec{V}$ = effet Doppler transverse qui n'existe pas en mécanique non relativiste

→ modification de la direction de $\vec{k}$ = aberration. cet effet, même s'il est faible, existe également en mécanique classique

* pour la nouvelle onde on a $\underbrace{\vec{k}' \text{ et } \vec{B}'}_{\text{dans } xOy}$ tous deux $\perp \underbrace{\vec{E}'}_{/\!/ \vec{e_z}}$

et $$\vec{k}' \cdot \vec{B}' = \frac{\gamma}{c} E_z \underbrace{\begin{vmatrix} 1 \\ \frac{\gamma V}{c} \\ 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -\gamma \omega V / c^2 \\ k \\ 0 \end{vmatrix}}_{\frac{\gamma V}{c}\left(-\frac{\omega}{c} + k\right) = 0}$$

c'est donc bien une onde plane