Désintégration K^0_L

on a $\underset{\sim}{P}_K = \underset{\sim}{P}_{\pi^+} + \underset{\sim}{P}_{\pi^-}$

dans $\mathcal{R}_0$: $\underset{\sim}{P}_K = (Mc, \vec{0})$ $\underset{\sim}{P}_{\pi^+} = \left(\frac{\mathcal{E}_0^+}{c}, \vec{p}_0^{\,+}\right)$ $\underset{\sim}{P}_{\pi^-} = \left(\frac{\mathcal{E}_0^-}{c}, \vec{p}_0^{\,-}\right)$

donc $\vec{p}_0^{\,+} = -\vec{p}_0^{\,-}$ et comme ces particules ont en plus la même masse : $\mathcal{E}_0^+ = \mathcal{E}_0^-$

Comme $Mc^2 = \mathcal{E}_0^+ + \mathcal{E}_0^-$ on a : $\mathcal{E}_0^+ = \mathcal{E}_0^- = Mc^2/2$ et la norme commune p_0 de $\vec{p}_0^{\,+}$ et $\vec{p}_0^{\,-}$ vaut : $\left(\frac{Mc^2}{2}\right)^2 = p_0^2c^2 + m^2c^4$ soit $p_0 = \sqrt{\frac{M^2}{4} - m^2}\, c$

☒ Soit $\vec{p}^{\,+}$ l'impulsion du π^+ dans $\mathcal{R}$ et $\mathcal{E}^+$ son énergie. On a :

$$\begin{pmatrix} \mathcal{E}^+/c \\ p_x^+ \\ p_y^+ \\ p_z^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & & \\ \beta\gamma & \gamma & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Mc/2 \\ p_0\cos\theta_0 \\ p_0\sin\theta_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

donc $\operatorname{tg}\theta = \frac{p_y^+}{p_x^+} = \frac{p_0\sin\theta_0}{\gamma\left(p_0\cos\theta_0 + \beta\frac{Mc}{2}\right)}$

soit $$\boxed{\operatorname{tg}\theta = \frac{\sin\theta_0}{\gamma\left(\cos\theta_0 + \beta\frac{Mc}{2p_0}\right)}}$$

où $\frac{Mc}{2p_0} = \frac{M}{\sqrt{M^2-4m^2}} = 1{,}207$

$\gamma = \frac{\mathcal{E}_K \text{ dans } \mathcal{R}}{Mc^2} = 2{,}4$ et $\beta = (1-\gamma^{-2})^{-1/2} = 0{,}909$

Bien-sûr pour l'angle $\tilde{\theta}$ du π^- on fait $\theta_0 \to \theta_0 + \pi$ dans la formule encadrée, soit $\begin{cases} \sin\theta_0 \to -\sin\theta_0 \\ \cos\theta_0 \to -\cos\theta_0 \end{cases}$

on obtient :

θ_0	60°	90°	120°
θ	12.7°	20.8°	31.1°
$\tilde{\theta}$	-31.1°	-20.8°	-12.7°
$\Delta\theta = \theta - \tilde{\theta}$	43.9°	41.6°	43.9°

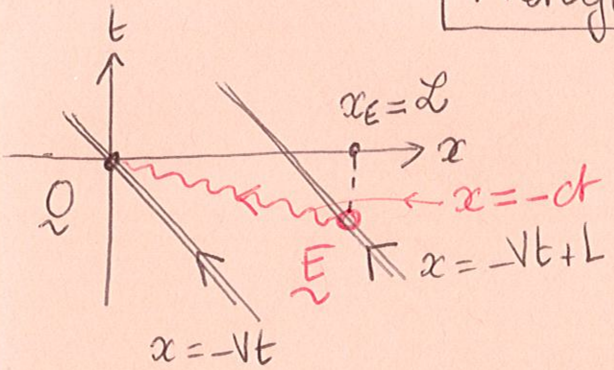
bien-sûr $\theta(\pi - \theta_0) = -\tilde{\theta}(\theta_0)$

$\tilde{\theta}(\pi - \theta_0) = -\theta(\theta_0)$

et donc $\Delta\theta(\pi - \theta_0) = \Delta\theta(\theta_0)$

dans $\mathcal{R}_0$ l'émission est isotrope : la moitié des π sont émis dans le demi-espace $\theta_0 \in [-90^\circ, 90^\circ]$ ce qui dans $\mathcal{R}$ correspond au cône $\theta \in [-20.8^\circ, 20.8^\circ]$

Photographier ≠ mesurer



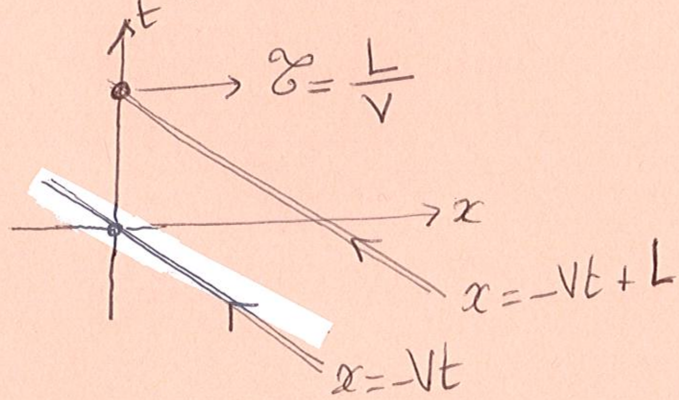
$=$ ligne d'univers de l'arrière de la règle, où L = longueur de la règle dans $\mathcal{R}$
$L = L_0/\gamma$ (cf. formulaire)

$\underset{\sim}{E}$ = émission d'un photon qui arrive à $t=0$ en $x=0$ = $\underset{\sim}{O}$ = ouverture du diaphragme, pris comme événement origine.

$t_E = -\dfrac{L}{c-V}$ $\qquad x_E = -c\,t_E = \dfrac{cL}{c-V}$ → c'est le $\mathcal{L}$ de l'énoncé.

on a donc $\mathcal{L} = \dfrac{L}{1-\beta} = \dfrac{L_0}{\gamma(1-\beta)} = \sqrt{\dfrac{1+\beta}{1-\beta}}\,L_0$

en méca non relativiste on aurait simplement $L = L_0$ et donc $\mathcal{L} = L_0/1-\beta$
Pour quelqu'un qui pense que $c=\infty$: $\mathcal{L} = L_0$



on a donc $c\tau = L/\beta$
et $\mathcal{L} = \dfrac{L}{1-\beta}$ (cf. + haut)

donc $\dfrac{c\tau}{\mathcal{L}} = \dfrac{1-\beta}{\beta}$

formule également valable en méca. non relativiste puisqu'on n'a fait aucune hypothèse sur le lien entre L et L_0.

cela donne $\beta = \dfrac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}+c\tau}$ ←

puis (résultat relativiste) $L_0 = \sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}\,\mathcal{L} = \sqrt{\dfrac{c\tau}{2\mathcal{L}+c\tau}}\,\mathcal{L} = \dfrac{\mathcal{L}}{\sqrt{1+2\mathcal{L}/c\tau}}$

le physicien non-relativiste se trompe et écrit :

$$L_0 \underset{\substack{\uparrow\\ \text{faux}}}{=} L \underset{\substack{\uparrow\\ \text{correct}}}{=} (1-\beta)\mathcal{L} = \frac{c\tau\mathcal{L}}{\mathcal{L}+c\tau} = \frac{\mathcal{L}}{1+\mathcal{L}/c\tau}$$