PARTIEL de RELATIVITÉ

Durée : 2 heures

Les calculatrices sont autorisées.
Barème approximatif : A = 9 pts ; B = 6.5 pts ; C = 4 pts, présentation générale : 0.5 pt.

Formulaire – Rappel de cours

On considère deux référentiels inertiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$. $\mathcal{R}'$ est animé par rapport à $\mathcal{R}$ d'un mouvement de translation rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{V} = V\,\vec{e}_x$. Si un quadri-vecteur a pour expressions respectives $\underset{\sim}{A}$ et $\underset{\sim}{A}'$ dans $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$, on a $A'^{\mu} = \Lambda^{\mu}{}_{\nu}\, A^{\nu}$ avec

$$\Lambda^{\mu}{}_{\nu} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} , \quad \text{où} \quad \beta = V/c \quad \text{et} \quad \gamma = (1-\beta^2)^{-1/2} .$$

- Pour inverser la relation entre $\underset{\sim}{A}$ et $\underset{\sim}{A}'$ il suffit de changer le signe de β dans l'expression ci-dessus.
- Une règle de longueur L' au repos et colinéaire à $\vec{e}_x$ dans $\mathcal{R}'$ aura, dans $\mathcal{R}$, une longeur $L = L'/\gamma$.

A Vaisseau spatial

Un vaisseau spatial quitte la Terre avec une vitesse $V = 0.8\,c$. Des observateurs dans le vaisseau et d'autres sur Terre fixent tous le départ comme évènement origine.

Lorsque l'horloge du vaisseau indique 30 minutes celui-ci arrive au niveau d'une station spatiale, immobile par rapport à la Terre et dont l'horloge indique le temps terrestre.

À cet instant le vaisseau entreprend un voyage de retour vers la Terre à la vitesse $-V$ et envoie un signal lumineux vers la Terre. Dès qu'il reçoit le signal un observateur terrestre répond en émettant un autre signal lumineux en direction du vaisseau.

1/ Représenter tous les évènements significatifs ainsi que les lignes d'univers du vaisseau et des différents signaux lumineux sur un diagramme de Minkowski tracé dans le référentiel terrestre.

2/ On se place au moment où le vaisseau atteint la station spatiale.

(a) Quelle heure indique l'horloge de la station ?

(b) À quelle distance de la Terre, mesurée dans le référentiel terrestre, se trouve la station ?

3/ On considère les échanges de signaux lumineux entre le vaisseau et la Terre.

(a) À quelle heure, mesurée dans le référentiel de la Terre, l'observateur terrestre reçoit-il le signal envoyé par le vaisseau ?

(b) À quelle heure dans le référentiel terrestre le vaisseau reçoit-il la réponse ?

(c) Quelle est l'heure correspondante indiquée par l'horloge du vaisseau ?

B Mesure de la masse du méson π^-

En ralentissant des pions π^- (de masse $m \neq 0$) et en les dirigeant sur une cible d'hydrogène liquide, on peut former, au sein de la cible, de "l'hydrogène pionique" qui est un atome d'hydrogène dans lequel l'électron est remplacé par un π^-. Un tel atome se désintègre en produisant un neutron et un photon selon la réaction

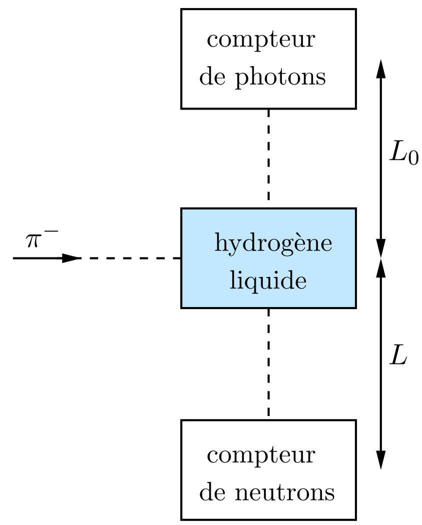
$$\pi^- + p^+ \to n + \gamma$$

1/ On peut considérer en première approximation que le pion et le proton sont au repos avant la désintégration, et que le proton et le neutron ont la même masse que l'on notera M.

(a) Écrire une relation entre M, m, l'énergie $\mathcal{E}_n$ du neutron et la norme $|\vec{p}_n|$ de son impulsion.

(b) Exprimer alors m en fonction de M et de la vitesse réduite β du neutron ($\beta = |\vec{v}_n|/c$).

2/ Un détecteur de photons et un détecteur de neutrons sont placés de part et d'autre de la cible, à des distances respectives $L_0 = 4.58$ m et $L = 5.59$ m, cf. schéma ci-contre.



On mesure la durée Δt écoulée entre l'instant t_0 de détection du photon et l'instant d'arrivée t du neutron dans le détecteur.

(a) Pourquoi les détecteurs sont ils placés de part et d'autre de la cible ?

(b) On a mesuré $\Delta t = 120 \times 10^{-9}$ s et on donne $M = 939$ MeV/c^2. En déduire la valeur numérique de la masse m (on l'exprimera en MeV/c^2) obtenue à partir de cette technique de mesure du temps de vol de neutrons.

C Contraction des volumes

Un observateur se déplace dans $\mathcal{R}$ à la vitesse constante v le long de Ox. Il observe un corps de volume propre $\mathcal{V}_0$ qui se déplace dans $\mathcal{R}$ à la vitesse constante u, lui aussi le long de Ox. Les quantités u et v sont algébriques (c'est à dire qu'elles peuvent être $\gtrless 0$).

Montrer que l'observateur mesure pour le corps le volume

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_0 \, \frac{\sqrt{(c^2 - u^2)(c^2 - v^2)}}{c^2 - uv} \; .$$

Indication : utiliser, après l'avoir démontrée, la loi de composition des vitesses pour déterminer la vitesse du corps dans le référentiel de l'observateur.