

**Demande de reconnaissance par le ministère de l'UMR8626  
pour le quadriennal 2006-2009**

**LABORATOIRE DE PHYSIQUE THÉORIQUE ET MODÈLES  
STATISTIQUES  
(LPTMS)**

**département SPM**

**Université Paris 11**

**(octobre 2004)**

***Rapport scientifique***

**CHAOS ET SYSTÈMES QUANTIQUES**

Ce domaine de recherche trouve son origine au laboratoire dans les travaux effectués il y a une vingtaine d'années par O. Bohigas, M.J. Giannoni, et C. Schmit (conjecture BGS). Ils ont été rejoints dans les années 90 par E. Bogomolnyi, P. Leboeuf et D. Ullmo (en cours de détachement à Duke University, Etats Unis). Au fil des années, l'activité a évolué vers un spectre assez large d'intérêts, qui vont des aspects plus formels liés à la quantification des systèmes chaotiques et les propriétés des zéros de la fonction de Riemann jusqu'à des travaux en contact étroit avec des expériences.

**1) Statistiques spectrales, fonctions d'onde**

Il s'agit d'établir des liens entre les propriétés classiques et quantiques. Deux techniques sont alors utilisées : celle, semiclassique, basée sur les formules de traces et la théorie des orbites périodiques, celle, méthodes supersymétriques et modèle sigma-nonlinéaire, issue de la matière condensée et des systèmes désordonnés. C'est dans la première catégorie que s'effectuent les recherches menées au laboratoire. Ce domaine a été en bonne partie articulé par l'énoncé de conjectures d'universalité (elles concernent les systèmes chaotiques –conjecture BGS- et les systèmes intégrables –conjecture Berry-Tabor□ la théorie des matrices aléatoires joue un rôle important dans la conjecture BGS). Un objectif majeur a consisté à rendre ces conjectures précises, en donnant leur domaine de validité, en étudiant des déviations, pour éventuellement les démontrer (ou les infirmer). Les progrès effectués sont substantiels mais lents, car les problèmes sont difficiles. Une partie importante de l'activité repose aussi bien sur des méthodes analytiques, parfois sophistiquées, que des simulations numériques faisant appel souvent à des développements originaux. On peut l'illustrer en donnant quelques exemples□

## Statistiques spectrales et résonances de Ruelle-Pollicott

Les propriétés des actions ou des périodes des orbites périodiques, ainsi que leurs corrélations, constituent l'ossature de ces théories. Les systèmes Hamiltoniens chaotiques en possèdent une infinité. P. Leboeuf (ACL102) a étudié le lien entre les propriétés de distribution des orbites périodiques et les valeurs propres de l'opérateur d'évolution classique (résonances de Ruelle-Pollicott). La densité d'orbites périodiques se décompose en une partie lisse, décrite par le zéro à l'origine, et une partie oscillante, gouvernée par les zéros complexes. Il a conjecturé que le spectre de l'opérateur d'évolution de systèmes chaotiques comporte un zéro à l'origine et une séquence infinie de zéros complexes avec partie réelle égale à la moitié de l'entropie topologique. Les propriétés de corrélation de ces résonances seraient identiques à celles de valeurs propres de matrices aléatoires. Ces conclusions proviennent de considérations générales, mais aussi de l'étude détaillée de billards sur une surface à courbure négative constante ou de propriétés de la fonction zêta de Riemann interprétées dynamiquement. Ces conjectures apparaissent comme la contrepartie classique de la conjecture BGS pour le spectre quantique.

## Lignes nodales d'états chaotiques

E. Bogomolny et C. Schmit (ACL10) ont effectué une étude originale des propriétés des fonctions d'onde de systèmes chaotiques liées aux lignes nodales. Ces lignes sont des frontières qui séparent des domaines où une fonction d'onde possède un signe positif ou négatif. Pour des systèmes chaotiques, la forme de ces domaines est compliquée. Cependant, un lien inattendu a été trouvé entre ce problème et celui de la percolation critique. Les propriétés statistiques des domaines nodaux (le nombre de ces domaines, la distribution de leur surface, etc) sont décrites par la percolation bidimensionnelle critique. Un grand nombre de prédictions non triviales ont ainsi été obtenues et vérifiées par des simulations numériques de fonctions d'ondes chaotiques. Ces résultats ont été généralisés pour des lignes de niveaux, i.e. des courbes où une fonction d'onde a une valeur constante différent de zéro. Dans ce cas, les propriétés statistiques de ces lignes et des domaines correspondants sont liées à la percolation non-critique.

## Statistiques intermédiaires

Les conjectures habituelles décrivent la statistique spectrale de système soit intégrables, soit chaotiques. Mais beaucoup de modèles ne sont ni intégrables, ni chaotiques. E. Bogomolny et C. Schmit ont étudié la statistique spectrale de ces modèles, qui, dans de nombreux cas, est du type "intermédiaires", similaire à celle du modèle d'Anderson au point de transition métal-isolant (ACL8). Parmi les cas étudiés signalons des systèmes intégrables perturbés par une singularité (i.e. centre diffracteur ponctuel) (ACL8,11) où on a calculé la fonction de corrélation à deux points, et la distribution des plus proches voisins analytiquement et semiclassiquement. Les modèles diffractifs sont les premiers où a été démontrée analytiquement l'existence d'une statistique intermédiaire. Des liens avec des modèles de matrices aléatoires, où l'interaction (logarithmique) a seulement lieu entre un nombre fini de voisins les plus proches, ont été abordés (ACL7). On a ainsi compris des questions liées à la diffraction et à son rôle dans les approches semiclassiques (ACL11). Une classe intéressante de modèles est constituée par les billards polygonaux plats pseudointégrables dont les angles sont commensurables avec  $\pi$  et, en particulier, les billards de Veech (par exemple, un billard triangulaire rectangle avec un angle  $\pi/n$ , où  $n$  est entier  $\neq 3,4,6$ ). La difficulté principale de ces modèles est la diffraction forte sur les angles singuliers ( $\neq \pi/p$ ,  $p$  entier). Toutefois pour

des billards de Veech, E. Bogomolny, O. Giraud et C. Schmit (ACL9) ont calculé analytiquement la valeur du facteur de forme à zéro montrant que leur statistique spectrale est intermédiaire. Les fonctions propres ont également été étudiées, en particulier leurs propriétés de concentration sur des lignes (cicatrices), où peu de résultats existent. E. Bogomolny et C. Schmit (ACL15) ont montré que, pour des systèmes pseudointégrables, des effets de diffraction forte entraînent la formation de cicatrices autour des canaux formés par des orbites périodiques et que leur densité est constante pour les billards de Veech, à la différence de beaucoup d'autres cas pour lesquels leur densité s'annule avec l'énergie. Ces systèmes présentent des similitudes fortes avec ceux décrits par des matrices aléatoires bordées.

## **2) Chaos quantique et arithmétique**

Il s'agit d'une activité déjà bien affirmée dans l'équipe dont témoigne la participation régulière à des conférences et workshops (à MSRI, Berkeley, au Newton Institute, Cambridge, à Oberwolfach, Allemagne, à l'IHP et les Houches, etc). Elle trouve sa source dans l'interprétation dynamique donnée aux propriétés de la fonction zêta de Riemann et d'autres fonctions L de Dirichlet. Également, certains problèmes arithmétiques de comptage sur un réseau ("circle problem", problème de diviseurs de Dirichlet) ont une interprétation dynamique. Parfois, les physiciens ne font que réinterpréter des problèmes pour réobtenir des résultats déjà connus des mathématiciens. Dans d'autres cas, ils obtiennent par des méthodes heuristiques ou non rigoureuses des résultats nouveaux, inconnus des mathématicien, difficilement acceptés par eux comme établis mais qui ont souvent servi de base à des démonstrations rigoureuses. En tout état de cause, des rencontres et des programmes communs très actifs indiquent qu'il s'agit d'un domaine où les deux communautés trouvent intérêt à collaborer.

### Fluctuations des nombres premiers

Dans le cadre des méthodes semiclassiques et de la théorie des orbites périodiques, les zéros de la fonction zêta de Riemann sur la ligne critique jouent le rôle de spectre quantique et les nombres premiers le rôle d'orbites périodiques. E. Bogomolny et J. Keating avaient démontré que la conjecture de Hardy-Littlewood sur la corrélation entre nombres premiers (classique) entraîne celle de Montgomery-Odlyzko sur les corrélations de zéros (quantique). Leboeuf (ACL101) a étudié les corrélations et fluctuations de nombres premiers. Inspiré par des méthodes issues du chaos quantique, il a étudié des propriétés nouvelles concernant la fonction de comptage des nombres premiers, son autocorrélation, sa distribution. Il a montré qu'au comportement moyen de la fonction de corrélation entre premiers est surimposée une structure oscillante dont il a dérivé les caractéristiques.

### Fluctuations des zéros de la fonction zêta de Riemann

Signalons des études de la fonction de corrélation à deux points pour les zéros de la fonction zêta de Riemann, ainsi que la distribution d'espacements entre premiers voisins (ACL101). Deux ingrédients interviennent, des propriétés de matrices aléatoires (unitaires) et des propriétés arithmétiques, dont on veut éclaircir les rôles respectifs. Au-delà de la conjecture de Montgomery -asymptotiquement, les zéros se comportent comme les valeurs propres de matrices aléatoires- l'approche de l'asymptotique sur la ligne critique a été étudiée.

### **3) Nouveaux ensembles de matrices aléatoires**

Les études qui vont au-delà des ensembles classiques, type Wigner-Dyson, peuvent avoir pour motivations physiques les propriétés liées aux statistiques intermédiaires, ou d'interpolation entre les statistiques Poissoniennes et les statistiques de Wigner-Dyson. En collaboration avec A. C. Bertuola et M. P. Pato (Sao Paulo), O. Bohigas (ACL18b) a étudié de nouveaux ensembles de matrices dont la distribution des éléments est large (type Lévy). Il est bien connu que l'étude de distributions larges a donné lieu par exemple à des développements importants dans des problèmes de diffusion. Y a-t-il des problèmes équivalents en théorie de matrices aléatoires? C'est en utilisant le formalisme de minimisation de l'information et en adoptant la définition de Renyi, qu'un ensemble de matrices aléatoires, dépendant d'un paramètre et invariant par rapport aux transformations orthogonales, a été introduit. Le cas de Wigner-Dyson est un cas limite. D'autres limites intéressantes existent, ayant des propriétés très différentes du cas Wigner-Dyson. Certaines d'entre elles ont pu être étudiées analytiquement et/ou numériquement.

#### Statistiques d'ensembles incomplets

En partie pour des raisons expérimentales (les spectres comportent toujours des niveaux non détectés), les relations entre les corrélations de séquences 'complètes' et celles comportant une proportion, au hasard, de niveaux 'loupés', ont été établies (ACL18a). Elles ont été appliquées au cas expérimental où le spectre complet est de type Wigner-Dyson. Il s'agit encore d'un modèle qui interpole entre des statistiques Wigner-Dyson (tous les niveaux détectés) et une statistique Poissonienne (presque tous les niveaux non détectés).

#### Matrices de distance

Une étude a été menée sur les propriétés de matrices aléatoires de distance (ACL13). On se donne  $N$  points tirés au hasard sur un espace métrique et on construit une matrice dont les éléments sont les distances entre ces points. Cette matrice est réelle, symétrique, tous les éléments sont positifs, et nuls sur la diagonale. Quelles sont les propriétés de ses valeurs propres? Quelques résultats généraux ont été établis dans les cas hypercubes, hypersphères: toutes les valeurs propres, sauf une, sont non positives; le spectre des valeurs propres a un comportement (différent) en puissance près et loin de l'origine, puissance déterminée par la dimension de l'espace considéré; les états près (loin) de l'origine sont localisés (délocalisés). Certaines propriétés des états délocalisés reflètent les symétries de l'espace dans lequel les points sont distribués. Certaines extensions vers des problèmes des matrices aléatoires euclidiennes, rencontrées dans des études de verres, sont envisageables.

### **4) Fluctuations quantiques dans les systèmes fermioniques de taille finie**

En collaboration avec A. Monastra, P. Leboeuf (ACL97,98) a étudié les corrections quantiques aux différentes fonctions thermodynamiques d'un gaz de Fermi confiné (comme, par exemple, la résistance mécanique du gaz face à des déformations, son énergie totale, etc). Dans une théorie semiclassique, ces fluctuations sont décrites avec une très bonne précision

soit par les orbites périodiques les plus courtes (orbites périodiques du champ moyen) soit en utilisant les propriétés statistiques du spectre à l'échelle de l'espacement moyen. Ces travaux ont conduit à une classification systématique des fluctuations et de leur dépendance avec la taille, la température et le nombre de particules, et ont permis un calcul explicite de leur distribution de probabilité.

### Masses nucléaires

Une application inspirée des résultats précédents a été l'étude des fluctuations de la masse des noyaux atomiques, un des paramètres fondamentaux qui les caractérisent. Malgré des progrès indubitables, il semble persister un désaccord entre les masses mesurées et calculées. D'après O. Bohigas et P. Leboeuf (ACL17), les écarts observés pourraient être dus au mouvement chaotique des nucléons au sein du noyau. Le caractère instable de ce mouvement rendrait très difficile un calcul de la masse du noyau allant au-delà de la précision actuelle, et constituerait donc un seuil pratiquement infranchissable. Seules des estimations statistiques seraient possible à ce niveau de précision. Ces conclusions devraient s'appliquer à d'autres propriétés fondamentales du noyau (travaux en cours sur la densité d'états excités d'un noyau), et s'étendre aussi à d'autres systèmes fermioniques, comme les agrégats métalliques.

### Riemannium

Une autre application, cette fois-ci vers les propriétés des zéros de la fonction zêta de Riemann, a été effectuée l'étude des propriétés de la somme de parties imaginaires des zéros (si l'on considère la ligne critique, on remplit chaque état -zéro- avec un fermion) (ACL95). Les différentes propriétés thermodynamiques du 'Riemannium' ont pu ainsi être calculées (ACL98). Certains résultats sont bien compris dans le cadre de la théorie d'orbites périodiques. Certains sont inattendus (apparition de densités asymptotiques non universelles).

## **5) Effet tunnel et systèmes chaotiques**

On s'intéresse au transport quantique par effet tunnel entre deux régions de l'espace des phases en présence de chaos. O. Brodier, P. Schlagheck et D. Ullmo (ACL30,31) ont calculé la largeur de bande induite par effet tunnel dans un système unidimensionnel périodique soumis à une perturbation dépendante du temps. La perturbation produit une transition classique vers le chaos. Ce résultat est applicable dans un régime de faible perturbation qui décrit un processus tunnel en plusieurs étapes l'un transport résonant vers la séparatrice, suivi d'un processus tunnel ordinaire à travers une orbite complexe. Les corrections ainsi calculées sont très importantes, et augmentent la probabilité d'effet tunnel de plusieurs ordres de grandeur.

# PHYSIQUE STATISTIQUE ET THÉORIE DES CHAMPS □ SYSTÈMES EN BASSE DIMENSION

Au cours des dernières décennies, la physique en basse dimension (2 ou 1) a connu un essor expérimental considérable et a inspiré de nombreux développements théoriques. Une vertu des dimensions basses est que les modèles étudiés permettent parfois de pousser les calculs analytiques jusqu'à leur terme, par exemple dans le cadre des modèles intégrables unidimensionnels ou de certains modèles désordonnés; une autre vertu est qu'elles conduisent parfois à une physique plus riche qu'en dimension 3 (groupe de tresse, statistiques intermédiaires et d'exclusion) et à des symétries aux conséquences importantes (symétrie conforme). L'équipe de recherche "Physique statistique et théorie des champs □ systèmes en basse dimension" a pour but de mener l'étude de tels systèmes si possible par des méthodes analytiques et exactes.

## 1) Statique et dynamique de systèmes désordonnés classiques en basse dimension

Les effets combinés de désordre et d'interaction interviennent dans de nombreux systèmes : verres, verres de spins, polymères en milieu désordonné. Ils donnent naissance à de nouvelles phases thermodynamiques et à de nouveaux comportements dynamiques □ relaxation lente, persistance, vieillissement. En dépit de nombreux progrès théoriques et expérimentaux, ce sujet n'a été que partiellement exploré. Une approche théorique possible s'appuie sur l'étude de modèles en champ moyen. Le problème n'en reste pas moins ardu. Une approche complémentaire consiste à exhiber des modèles solubles en basse dimension dans lesquels les propriétés de fluctuation jouent un rôle dominant □

### Modèles continus non désordonnés

Les processus de croissance de surfaces sont modélisables par des équations aux dérivées partielles stochastiques qui caractérisent les différentes classes d'universalité observées. Si l'on dispose maintenant d'une bonne compréhension de ces classes d'universalité et de leurs exposants critiques, une caractérisation plus fine de leur dynamique conduit au concept de persistance, introduit dans l'étude des probabilités de premier passage de processus stationnaires gaussiens, et généralisé dans le contexte des systèmes étendus hors équilibre (dynamique de Glauber de modèles d'Ising ou de Potts, etc). J. Krug et S. Majumdar (Phys Rev E56, 1997) ont utilisé cette notion dans le contexte de la dynamique des interfaces. Des résultats expérimentaux ont pu être ainsi analysés et confrontés aux prédictions théoriques (ACL46). La distribution des fluctuations maximales de hauteur pour une interface de type Edwards-Wilkinson peut être calculée exactement pour différentes conditions aux limites (ACL106). Dans le cas de conditions aux limites périodiques, S. Majumdar et A. Comtet ont montré qu'elle est donnée par la distribution d'Airy (distribution qui décrit en théorie des probabilités l'aire d'une excursion Brownienne normalisée).

### Modèles discrets

On peut également modéliser des processus de croissance avec des modèles discrets. Le modèle de déposition balistique de S. Majumdar et S. Nechaev (ACL107) en est un exemple

intéressant qui vient corroborer une conjecture récente sur l'universalité de la distribution de Tracy–Widom les fluctuations des hauteurs d'interfaces seraient décrites par des distributions apparues dans le contexte des matrices aléatoires (distribution de la plus grande valeur propre de certaines classes de matrices aléatoires) et aussi en combinatoire. Cette distribution interviendrait aussi dans des problèmes d'appariement.

### Modèle unidimensionnel désordonné

La dynamique des parois de domaines dans le modèle d'Ising aléatoire en champ extérieur coïncide avec celle du modèle de Sinai, modèle désordonné unidimensionnel pour le mouvement d'une particule se déplaçant dans un potentiel aléatoire Brownien et soumise à des fluctuations thermiques. Le calcul analytique de la persistance en fonction du champ extérieur (ACL44) a permis à A. Comtet et S. Majumdar de mettre en évidence des comportements qui dépendent de façon non triviale du champ extérieur et qui vont au-delà de ce que donnent les méthodes de renormalisation dans l'espace réel.

### Modèle de croissance des feuilles

Certains modèles théoriques prenant en compte les mécanismes de croissance d'une feuille végétale permettent de comprendre la forme de la frontière, en particulier le modèle «la jupe à godets». S. Nechaev et R. Voituriez ont montré que l'information sur le profil de la frontière est contenue dans le jacobien d'une transformation conforme. Plusieurs caractéristiques géométriques de la frontière (tel le périmètre) ont pu ainsi être calculées (ACL135).

### Particules en mouvement sur une interface et modèle de Sinai

La dynamique de particules se déplaçant sur une interface de type KPZ donne lieu à des comportements remarquables, par exemple à des phénomènes de ségrégation. Ces comportements, observés numériquement, peuvent être décrits analytiquement dans certains cas limites en utilisant une correspondance formelle avec le modèle de Sinai (A. Nagar, M. Barma, S. Majumdar, cond-mat/0403711). Il serait intéressant d'explorer plus en détail cette correspondance et de la généraliser à des systèmes en dimension supérieure.

### Théorie de Landau de la dynamique vitreuse

Une des signatures expérimentales caractérisant les systèmes vitreux est l'existence de temps de relaxation qui augmentent exponentiellement vite au voisinage de la transition. Différents scénarios théoriques ont été proposés pour expliquer ce comportement (modèles de pièges). S. Majumdar et ses collaborateurs ont construit une théorie de Landau de la dynamique vitreuse qui prend explicitement en compte les effets entropiques et conduit à une phénoménologie en accord avec la loi de Vogel-Fulcher (cond-mat/ 0402543).

### Comportement critique de polymères sur réseau

Des modèles de polymères sur réseau assujetti à visiter chaque site peuvent servir à décrire l'adsorption de molécules ADN sur une bicouche de lipides. Une version désordonnée de ces modèles décrit des hétéropolymères compacts ou encore des interfaces élastiques ancrées à

des impuretés distribuées aléatoirement. D. Das et J. Jacobsen (ACL47 ) ont étudié ces modèles de boucles sur un réseau hexagonal et obtenu une description complète du diagramme de phase. Il est prévu d'étendre ces résultats à des systèmes plus réalistes (hétéropolymères et polymères en présence d'un solvant).

## **2) Polymères et groupe des tresses**

Les contraintes topologiques jouent un rôle essentiel dans de nombreux domaines allant de la physique des polymères à la matière condensée. Au départ, ces questions ont été discutées pour les polymères – les contraintes topologiques affectent leurs propriétés élastiques et viscoélastiques. Les développements récents de la biophysique ont amené un regain d'intérêt pour ce type de problèmes – les propriétés physiques (séquence de la chaîne, mais aussi flexibilité, interactions volumiques et contraintes topologiques) de biopolymères tels que l'ADN et l'ARN sont associées à une fonction biologique déterminée. On a pu ainsi montrer qu'un changement de conformation modifiait l'activité de certaines protéines (prions). De même, la conformation topologique de l'ADN joue un rôle essentiel dans la réplication ou la synthèse protéique. En matière condensée, ces aspects topologiques ont été beaucoup discutés dans le contexte de la physique des supraconducteurs de type 2. L'existence de phases de lignes de vortex enchevêtrées est une caractéristique toute à fait remarquable qui peut être sondée par des mesures de transport. Cependant, il n'existe pas pour l'instant de modèle théorique convaincant prenant en compte ces contraintes topologiques qui, étant par essence non locales, doivent avoir un cadre algébrique non-commutatif. Des invariants abéliens tels que des nombres de tours ne peuvent rendre compte de la complexité inhérente à la nature non-commutative des enchevêtrements. L'approche proposée fait jouer un rôle essentiel au groupe fondamental de l'espace de configuration du système. Ce dernier permet en effet de caractériser l'ensemble des configurations topologiques. On fait alors l'hypothèse que cet ensemble est en correspondance avec l'ensemble des marches aléatoires sur le groupe fondamental.

### Complexité des nœuds et invariants de Jones-Kauffman

Les propriétés statistiques de nœuds aléatoires, dont la topologie est déterminée par les invariants algébriques de Jones-Kauffman, peuvent être étudiées par des méthodes analytiques et numériques. Ces invariants peuvent être représentés comme une fonction de partition d'un modèle de Potts avec une configuration aléatoire de liens ferro et antiferromagnétiques. En utilisant cette représentation, S. Nechaev a obtenu certaines caractéristiques topologiques de longues chaînes de polymères dans la phase effondrée (ACL134,138).

### Marches aléatoires sur des groupes hyperboliques

Une étude systématique des marches aléatoires sur le groupe modulaire, le groupe des tresses et certains groupes de Hecke a été entreprise par S. Nechaev et R. Voituriez. Elle a permis de calculer exactement la dérive et la probabilité de retour à l'origine. Ce résultat fournit des estimations sur le comportement des invariants de nœuds d'Alexander. Dans le cas de tresses à trois brins, on peut construire un nouvel invariant non abélien, calculer son comportement asymptotique et ainsi caractériser de façon précise les effets d'enchevêtrement (ACL136).

## Marches aléatoires sur des arbres, multifractalité

Les propriétés de multifractalité ont été étudiées dans de nombreux contextes, notamment celui des systèmes quantiques désordonnés. Par exemple, la fonction d'onde de l'état fondamental de l'équation de Dirac bidimensionnelle dans un champ magnétique aléatoire a un comportement multifractal. Il a été conjecturé que ce problème appartenait à la même classe d'universalité que celui des polymères dirigés sur un arbre de Bethe. Un modèle déterministe proposé par A. Comtet, S. Nechaev et R. Voituriez éclaire en partie l'origine de cette correspondance (ACL42). Le modèle décrit le plongement isométrique d'un arbre de Bethe dans le demi-plan de Poincaré. Il introduit une fonction de partition qui prend en compte les seules propriétés géométriques du graphe et présente un comportement multifractal analysable par

-un théorème de la limite centrale donnant le comportement asymptotique d'un produit de matrices hyperboliques.

-une approche ergodique (existence d'une mesure fractale sur le bord).

Le lien avec l'équation de Dirac en champ magnétique aléatoire fait intervenir une théorie de Liouville, dont les solutions classiques correspondent au réseau hyperbolique.

### **3) Processus stochastiques**

#### Mouvement Brownien sur un graphe

L'étude des propriétés spectrales du Laplacien sur un graphe est en partie motivée par la physique mésoscopique et le chaos quantique. Une étude systématique de la fonction de Green sur le graphe et de son déterminant spectral (ACL49) doit spécifier les différentes conditions de raccordement aux noeuds. J. Desbois a ainsi obtenu plusieurs formules nouvelles. Des liens avec les mathématiques (formule d'Ihara) mériteraient d'être approfondis. Une application à des problèmes de dénombrement de marches aléatoires avec rebroussement a été proposée. La connaissance de la fonction de Green permet de calculer différentes quantités probabilistes

- distribution du temps d'occupation (J. Desbois ACL50)

- distributions du temps local (A. Comtet, J. Desbois, S. Majumdar, ACL43)

- distribution du dernier temps de passage (O. Bénichou, J. Desbois, cond-mat 0306705)

#### Temps locaux et temps d'occupation dans des systèmes désordonnés unidimensionnels

Le temps total passé par une particule à l'intérieur d'un domaine est une variable aléatoire dont on connaît la distribution de probabilité pour des systèmes purs. Dans le cas d'un désordre gelé, une méthode générale développée par S. Majumdar et A. Comtet a permis de mettre en évidence de nouvelles lois limites (ACL105).

### **4) Modèles intégrables, effet Hall**

La physique de l'effet Hall concerne un gaz d'électrons bidimensionnels plongés dans un champ magnétique fort et couplé aux impuretés présentes dans l'échantillon. Dans le cas de l'effet Hall fractionnaire, il a été avancé que les quasiparticules qui transportent les courants de bord Hall ont une charge et une statistique fractionnaire (ou encore anyonique). Rentrent donc en jeu des concepts variés –modèle bidimensionnel d'anyons, champ magnétique fort,

désordre, courant de bord unidimensionnel et modèle de Calogero exactement soluble- qui forment le cadre des travaux qui suivent.

### Ansatz de Bethe et modèle de Calogero

M. Bergère, K. I. Imura et S. Ouvry ont montré (ACL3) comment écrire l'ansatz de Bethe thermodynamique pour un système dont le spectre est discret. Cette approche permet d'aborder la thermodynamique du modèle de Lieb-Liniger dans un puits harmonique, modèle susceptible de décrire certains aspects des condensats de Bose unidimensionnels.

### Réduction dimensionnelle sur le bord du plan

S. Ouvry (ACL139) a proposé un mécanisme de réduction dimensionnelle du plan vers le bord du plan. Le modèle unidimensionnel de Calogero est ainsi obtenu comme projection sur le bord de l'échantillon du modèle des anyons. Le rôle joué par le champ magnétique est ainsi clarifié, ainsi que la relation entre les statistiques anyoniques et d'exclusion. Une interprétation en terme d'espace non commutatif est aussi proposée (INV92).

### Géométrie non commutative et projection dans les niveaux de Landau excités

Un exemple bien connu d'espace non commutatif est celui de la mécanique quantique d'une particule planaire dans le niveau de Landau le plus bas d'un champ magnétique fort. Un produit étoilé non commutatif est associé à cet espace non commutatif, qui généralise le produit usuel de fonctions sur un espace commutatif. N. Macris et S. Ouvry (ACL104, INV93, ACT14) ont montré que cette construction peut être généralisée à n'importe quel niveau de Landau excité, avec un produit étoilé qui est une déformation du produit étoilé usuel.

### Équation d'état du gaz d'anyons dans le régime d'anti-écranage

S. Mashkevich et S. Ouvry (ACL111) ont étudié un gaz d'anyons en champ fort dans le régime d'anti-écranage –les tubes de flux Aharonov-Bohm sont parallèles au champ magnétique-, cas pour lequel le système n'est pas soluble. Au voisinage de la statistique de Bose, selon que l'on explore la région d'écranage ou d'anti-écranage, le gaz d'anyons se comporte comme un gaz de bosons ordinaires (remplissage critique infini) ou comme un gaz de bosons à remplissage critique  $1/2$ .

### Modèle d'impuretés magnétiques

S. Ouvry a poursuivi le développement perturbatif (INV94, 95, ACT18) du modèle d'impuretés magnétiques proposé au laboratoire dans les années 90 (Nucl. Phys. B[FS] 453 (1995) 759) dans le cadre de l'effet Hall entier (voir aussi en collaboration avec Furtlehner math-phys/0306004). On vise à mieux comprendre l'apparition de la fonction zêta de Riemann pour des arguments entiers impairs dans le calcul des diagrammes de Feynman. Par ailleurs S. Mashkevich, J. Myrheim et S. Ouvry ont proposé un algorithme (ACL112) permettant d'évaluer numériquement les niveaux quantiques d'une particule couplée à deux impuretés fixes dans le plan, avec en vue le calcul de la probabilité jointe pour une courbe Brownienne de tourner autour de deux points fixes.

## 5) Théorie statistique des champs □

Des avancées récentes dans les théories conformes et les modèles de matrice permettent d'attaquer des problèmes combinatoires réputés difficiles, tels que des problèmes d'énumération de nœuds et de méandres.

### Modèles sur réseaux aléatoires

La physique des modèles statistiques bidimensionnels sur réseaux aléatoires dynamiques est reliée à de nombreux problèmes combinatoires des cartes planaires, qui ont ainsi pu être résolus exactement. Une des méthodes les plus puissantes consiste à utiliser des modèles de matrices, c'est-à-dire des intégrales matricielles dont le développement en diagrammes de Feynman reproduit les configurations du modèle statistique en question. Celles-ci ont souvent une structure intégrable sous-jacente (hiérarchie d'équations différentielles intégrables). Parmi les problèmes traités par P. Zinn-Justin, citons la résolution exacte du modèle de Potts et du modèle à six vertex sur réseaux aléatoires, ainsi que la combinatoire de l'intégrale matricielle Harish-Chandra-Itzykson-Zuber (ACL169,171,172).

### Méandres et nœuds

Combien de nœuds distincts peut-on faire sur une corde en permettant au maximum  $N$  croisements ? En dépit de son aspect récréatif, cette question se retrouve dans maints domaines des mathématiques, de l'informatique et de la physique théorique. Une difficulté pour sa résolution est de pouvoir se restreindre aux solutions topologiquement distinctes. Le modèle matriciel sous-jacent est d'une nature qui exclut une solution explicite, tout en permettant de faire des conjectures sur le comportement asymptotique (grand  $N$ ) du nombre de configurations possibles. J. L. Jacobsen, P. Zinn-Justin et J.B. Zuber (ACL65,69,72,170,173) ont étudié cette question sous plusieurs angles. D'une part, la bonne classe d'universalité a été conjecturée en couplant un modèle de boucles avec croisements (précédemment étudié par J. L. Jacobsen, N. Read et H. Saleur (ACL□0)) à la gravité quantique ; d'autre part, les exposants critiques conjecturés ont été vérifiés par une énumération exacte sur ordinateur (approche de matrice de transfert). Certains aspects de cette conjecture feront l'objet de futures investigations.

### Polymères denses et compacts

Une marche autoévitante est un exemple classique d'un modèle de polymères invariant conforme pour lequel des résultats exacts ont été obtenus par la théorie conforme, des techniques d'intégrabilité et, dernièrement, par l'approche d'évolution de Loewner stochastique. Or, si l'on augmente la densité de monomères on rencontre d'autres modèles de polymères avec des exposants critiques différents. J.L. Jacobsen et J. Kondev (ACL73, 74) ont étudié un cas extrême où le polymère est contraint à visiter tous les sommets d'un réseau (marche Hamiltonienne). Dans ce cas, les exposants critiques dépendent du réseau. Pour le réseau carré, il est possible de généraliser au cas d'un polymère compact avec rigidité, modèle introduit par Flory comme idéalisation de la fusion d'une protéine. On trouve, de manière inattendue, que ses exposants critiques varient continûment avec la température. J.L. Jacobsen et P. Zinn-Justin (ACL75) ont également étudié ce modèle sous le point de vue de l'intégrabilité, mettant notamment en évidence une connexion avec le groupe quantique affine  $U_q(\mathfrak{sl}(4))$ . Dans le cas de polymères denses, J.L. Jacobsen, N. Read et H. Saleur (ACL70) ont étudié les effets de la relaxation de la contrainte d'autoévitement. Ce problème est lié à un modèle de forêts couvrantes sur un graphe

(ACL37) étudié par S. Caracciolo, J.L. Jacobsen, J. Salas, H. Saleur, A.D. Sokal et Sportiello. Dans les deux cas apparaissent des supersymétries de type  $osp(1/2)$ . Il existe également des relations avec des mélanges de dimères et de monomères dont l'étude est en cours. Récemment, J.L. Jacobsen, N. N. Read et H. Saleur (ACL76) ont conjecturé que les polymères denses décrivent les propriétés géométriques du parcours optimal dans le problème du voyageur de commerce.

### Théories conformes étendues

Le développement des techniques de la théorie conforme des champs a permis une classification de modèles critiques sans désordre en deux dimensions. Malgré des efforts analytiques et numériques considérables, il n'existe pas encore de classification correspondante pour des modèles désordonnés. Une large classe de modèles désordonnés est caractérisée par l'absence de brisure de symétrie des répliques. On peut alors chercher une formulation en tant que théorie conforme où la symétrie de répliques est réalisée en termes de courants conservés. VI. S. Dotsenko, J.L. Jacobsen et R. Santachiara (ACL53,54,55,56) ont accompli des progrès dans le cas particulier où seule la sous symétrie cyclique  $Z_N$  est conservée (approche parafermionique). Ils ont notamment mis en évidence une famille infinie de théories conformes étendues basées sur un espace quotient diagonal de l'algèbre de Lie affine  $so(N)$ .

# FLUIDES CLASSIQUES ET QUANTIQUES, ATOMES FROIDS

Les années récentes ont été marquées par une forte croissance de l'activité en physique des fluides. En ce qui concerne les fluides classiques, cette croissance est due aux progrès de la physique des colloïdes et au développement des systèmes micro-électromécaniques en relation avec la recherche sur les matériaux et les systèmes biologiques. Une large gamme de nouvelles applications continuent à voir le jour et augmentent le "poids statistique" de ce domaine. La physique des fluides quantiques, qui était jusqu'alors principalement consacrée à l'Hélium liquide, a connu une formidable explosion après la réalisation expérimentale en 1995 d'une condensation de Bose-Einstein dans des vapeurs diluées d'atomes alcalins piégés. Ces systèmes extrêmement froids et dilués -leurs températures avoisinent le nano-Kelvin et leurs densités sont de huit ordres de grandeur inférieures à celle de l'Hélium liquide- ont des comportements collectifs typiques de la physique de la matière condensée. Par ailleurs, les propriétés d'interférence de deux condensats qui se recouvrent sont analogues à l'optique photonique. Actuellement, les études fondamentales sur les gaz quantiques se développent parallèlement avec les applications en perspective : physique du laser à atomes -c'est-à-dire ondes de matière cohérentes-, interférométrie atomique, horloges atomiques de haute précision, modèles d'ordinateurs quantiques, etc.

## 1) Fluides classiques

L'activité menée par X. Campi et H. Krivine révèle des connections entre les propriétés thermodynamiques et la morphologie (principalement l'existence d'agrégats) dans les fluides classiques. Un des buts principaux consiste à rechercher une région du diagramme des phases où les agrégats forment un système percolant. C'est un problème pertinent, par exemple, dans l'étude de la multi-fragmentation nucléaire des noyaux et des agrégats atomiques où l'on veut déterminer la température et la densité d'un système originel par l'étude de la distribution en taille de ses fragments.

### Agrégats et percolation dans la phase super-critique des fluides simples

Ces travaux ont tout d'abord porté sur le lien entre les propriétés thermodynamiques et la structure en agrégats des fluides simples. Ils ont mis en évidence l'existence d'agrégats de particules auto-liées, même pour des températures et densités élevées (ACL32, 33). La distribution en taille de ces agrégats dépend fortement des conditions thermodynamiques. Un agrégat percolant se forme à haute densité et température dans la phase super-critique. Celui-ci détermine une ligne critique, qui, dans la limite thermodynamique, part du point critique. Ces résultats restent qualitativement valables pour des petits systèmes. Cette ligne a été observée dans des microémulsions. Plusieurs expériences de fragmentations actuelles montrent une évolution de la distribution en taille des agrégats suggérant un franchissement de cette ligne de percolation critique.

### Multifragmentation d'un fluide dense et chaud

X. Campi et H. Krivine ont ensuite (ACL35) exploré un nouveau scénario de multifragmentation, reposant sur l'observation qu'un fluide dense et chaud peut être considéré comme un gaz chaud d'agrégats froids. Lorsqu'un tel système est autorisé à se dilater librement, il le fait en tant qu'ensemble d'agrégats en interaction. Lorsque ces agrégats cessent

d'interagir, ils deviennent les fragments qui sont observés expérimentalement. Ce scénario est étayé par des simulations de dynamique moléculaire classique et permet une comparaison directe avec les données expérimentales.

### Agrégats et thermodynamique dans le modèle de gaz sur réseau

L'étude du phénomène d'agrégation et de ses caractéristiques thermodynamiques dans le modèle de gaz sur réseau (isomorphe au modèle d'Ising ferromagnétique usuel) fournit une localisation précise des lignes et des régions de percolation dans le diagramme de phases (ACL34). Un signal inattendu a été également trouvé au voisinage de la ligne de coexistence liquide-gaz. Cette étude a été étendue aux modèles de gaz sur réseau avec une interaction dépendant de la température (ACL36). Il a été montré que ces modèles produisent une riche variété de diagrammes de phases qui correspondent à ceux observés expérimentalement pour des fluides complexes (colloïdes ou mélanges binaires). La structure en agrégats se détermine de manière naturelle, l'interaction fixant à la fois les lignes de coexistence et de percolation. Une de ces lignes a été observée dans des expériences avec des microémulsions.

Les projets de développement de ces études portent sur la recherche de systèmes ayant une capacité calorifique négative. L'existence de tels systèmes est contre-intuitive, puisqu'il semble impossible de refroidir un système en lui fournissant de l'énergie. Cependant, ce sujet a été beaucoup débattu récemment, suite à la détermination expérimentale des courbes caloriques de petits agrégats atomiques. Il pourrait révéler de nouveaux effets physiques loin de la limite thermodynamique (systèmes de petite taille, où l'entropie n'est pas nécessairement une fonction extensive de l'énergie).

La recherche sur les fluides classiques a été renforcée au laboratoire par l'arrivée de E. Trizac en septembre 2004 et par la formation d'un groupe de travail à la frontière avec la physique de la matière molle. Les progrès dans le contrôle des suspensions colloïdales par des champs externes (incluant des pièges optiques), et l'étude de la rhéologie de fluides complexes tels les argiles, fournissent des phénomènes physiques, sources d'inspiration, mais encore mal compris. Le programme de recherche portera sur des problèmes mettant en jeu la force de Coulomb, tels que la sédimentation des colloïdes en suspension et les effets de renormalisation de la charge. Dans des géométries cylindriques, des progrès récents liés aux équations de Painlevé de type III donnent l'espoir d'une meilleure compréhension de l'interaction entre les micro-ions dans les systèmes poly-électrolytes. Un autre type de problème, relié à la dynamique des fluides aux interfaces, nécessitera une théorie allant au-delà des prescriptions usuelles de la mécanique des fluides, prenant en compte de nombreux effets électro-cinétiques.

## **2) Fluides quantiques**

La recherche sur les fluides quantiques est liée au rapide développement expérimental en cours. Ce domaine est largement interdisciplinaire, couvrant la physique atomique, l'optique quantique, la matière condensée, la physique nucléaire et des hautes énergies, et la physique des systèmes non linéaires. Il traite d'une grande variété de problèmes fondamentaux, tels que les états fortement corrélés dans les systèmes dilués, ou la cinétique de formation des états condensés de Bose, et cherche à décrire de nouveaux types de systèmes quantiques macroscopiques. Le niveau élevé d'activité expérimentale est illustré par la création de systèmes atomiques uni- et bi-dimensionnels, la réalisation de régimes fortement interagissants dans les gaz de Fermi, la création de gaz froids de molécules polaires,

l'observation de la transition entre un superfluide et un isolant de Mott dans un réseau optique. Les applications potentielles des lasers atomiques et de l'interférométrie atomique stimulent également des investigations du transport quantique dans des guides d'onde.

### Transport quantique

Les études des gaz quantiques furent initiées au laboratoire par P. Leboeuf et N. Pavloff dans une étude sur le transport quantique de faisceaux de Bose-Einstein dans un guide d'ondes. Il s'agissait d'étudier les effets liés à la courbure du guide et à la présence d'obstacles ou d'imperfections. Il a été trouvé qu'une courbure créait un potentiel attractif pour le condensat, et qu'il existait un état lié pouvant supporter un nombre fini de particules en interaction (ACL96). Divers régimes furent observés, dépendant de la vitesse du faisceau et de la taille de la région incurvée. L'étude des propriétés superfluides d'un faisceau continu uni-dimensionnel en présence d'un obstacle montra que dans le cas d'un obstacle attractif la vitesse superfluide critique peut atteindre la valeur prédite par le critère de Landau, et la force de traînée exercée sur l'obstacle est très différente lorsque l'on passe d'un obstacle répulsif à un obstacle attractif (ACL142). L'étude de la propagation d'un faisceau de Bose-Einstein dans un guide formant une constriction révéla deux types de transmission (ACL100). Dans le premier type, la répulsion entre les particules diminue le coefficient de transmission lorsque le flux incident augmente. Le second type de transmission a lieu pour des courants incidents suffisamment élevés et a une structure solitonique ; pour chaque valeur du potentiel chimique il existe une valeur du flux incident où ce type de flot solitonique est parfaitement transmis.

Depuis le recrutement de G. Shlyapnikov en octobre 2003, le laboratoire développe activement un programme théorique interdisciplinaire sur les "fluides quantiques" □ l'étude de la cohérence de phase dans les gaz condensés de Bose-Einstein, les systèmes de basse dimensionnalité, les gaz de Fermi en interaction forte, les gaz quantiques exotiques, les systèmes atomiques fortement corrélés piégés dans des réseaux optiques, le transport quantique, les plasmas ultra-froid, l'information quantique basée sur des systèmes d'atomes froids.

### Gaz piégés en basses dimensions

Un article de revue (ACT25) basé sur le cours de G. Shlyapnikov à l'école d'été des Houches de 2003 pour les étudiants et les jeunes chercheurs est dédié à la dérivation des approches hydrodynamiques pour les gaz uni- et bi-dimensionnels et à l'analyse de leurs propriétés de cohérence de phase. Une attention particulière est portée aux effets de taille finie et aux expériences de cohérence de phase effectuées à Hanovre par W. Ertmer et K. Sengstock et à Orsay par A. Aspect et P. Bouyer. Ces expériences ont révélé l'existence de condensats dont la phase fluctue (quasi-condensats) à température finie pour des gaz condensés de Bose-Einstein dans des pièges allongés.

### Etats atomiques fortement corrélés dans des réseaux optiques

L'étude des gaz de Bose unidimensionnels a été menée en collaboration avec le groupe de I. Cirac à Garhing, en mettant l'accent sur la description des conditions expérimentales permettant de réaliser le régime d'interaction forte de Tonks-Girardeau (ACL141). C'est un régime difficile à atteindre car le fort confinement radial nécessaire à l'obtention d'une constante d'interaction effective unidimensionnelle élevée conduit à une forte densité alors que le régime de Tonks-Girardeau suppose au contraire des faibles densités. L'idée est alors

de surimposer un réseau optique pour une amplitude tunnel suffisamment faible, la répulsion interatomique imite le principe de Pauli en interdisant l'occupation d'un site du réseau par plus d'un boson. L'aspect le plus intéressant est relié aux propriétés de cohérence des bosons de Tonks-Girardeau qui sont différentes de celles des fermions. Il est important de noter que les systèmes comprennent quelques dizaines d'atomes dans un potentiel extérieur et que ceci interdit l'emploi des résultats précédemment développés pour des systèmes infiniment longs et invariants par translation. L'approche *ab initio* d'exploration des propriétés de cohérence de phase est basée sur les procédures de fermionisation et sur la connaissance dans le régime de Tonks-Girardeau de fonctions d'ondes à N corps exactes. Ces études théoriques ont été accompagnées de discussions approfondies avec le groupe expérimental de Bloch et Haensch à Munich, où a été mesurée une distribution en impulsion proche de la prédiction théorique. Une publication commune (ACL141) présente donc la première réalisation du régime d'interaction forte de Tonks-Girardeau pour des bosons unidimensionnels.

### Gaz de Fermi dégénérés

La recherche sur les gaz de Fermi dégénérés en collaboration avec le LKB s'est concentrée sur les effets des interactions (ACL39, 84, 143). Un des buts principaux est l'obtention d'une transition superfluide. Cependant, les gaz de Fermi étant très dilués, la température de transition vers un état apparié est actuellement hors de portée pour des valeurs usuelles de l'interaction attractive entre les atomes piégés. L'idée pour contourner cette difficulté est de réaliser un appariement entre des atomes fermioniques de deux composants différents *via* une résonance de Feshbach conduisant à une longueur de diffusion très grande, négative d'un côté de la résonance et positive de l'autre. Dans le cas positif, la création de molécules faiblement liées (et fortement excitées) formée de deux fermions de types différents devient énergétiquement favorable. Loin de la résonance, on retrouve le problème de la condensation de Bose-Einstein dans un gaz formé par ces bosons composites faiblement interagissants. La première étape théorique a été de montrer que le mélange entre atomes et molécules dans un gaz de Fermi dégénéré avec répulsion entre les espèces au voisinage d'une résonance de Feshbach constitue un système particulier dont la composante atomique est presque non dégénérée mais où la dégénérescence des molécules (faiblement liées) est importante (ACL84). Cela a permis de développer une approche thermodynamique pour décrire ce mélange et expliquer les premiers résultats expérimentaux. Ensuite, a été déterminée la solution exacte pour l'interaction élastique entre les molécules faiblement liées (ACL143) en employant l'approximation de portée nulle. Cette approche a conduit à une valeur universelle de la longueur de diffusion de l'interaction molécule-molécule valant 0.6 fois la longueur de diffusion de l'interaction atome-atome. Elle prédit une forte suppression de la relaxation collisionnelle et de la décroissance du nombre de molécules (ACL143). Donc, bien qu'étant dans un état très excité, les molécules sont caractérisées par une remarquable stabilité vis-à-vis des collisions. La raison en est le principe de Pauli et la grande extension spatiale des états moléculaires (correspondant à de faibles impulsions des atomes fermioniques dans l'état lié) : la relaxation collisionnelle est supprimée car elle impliquerait que deux fermions identiques de faible impulsion s'approchent l'un de l'autre. La valeur élevée du rapport du taux élastique sur le taux inélastique est une indication forte de l'existence de la condensation de Bose-Einstein des molécules et du refroidissement du gaz condensé à de très faibles températures. Récemment, des groupes expérimentaux à JILA, à Innsbruck, au MIT et au LKB ont réussi à donner une grande valeur positive à l'interaction entre les espèces et ont ainsi pu créer des molécules bosoniques faiblement liées puis refroidir ce gaz moléculaire par évaporation. Ces expériences étaient guidées par les études théoriques (ACL84, 143), dont elles ont confirmé les prédictions. La conversion du gaz moléculaire condensé de Bose en atomes fermioniques

par un franchissement adiabatique de la résonance, et l'obtention d'une longueur de diffusion négative conduit à un gaz de Fermi extrêmement froid dont la température est de deux ordres de grandeur plus faible que l'énergie de Fermi. Ce gaz peut ensuite entrer dans le régime de la superfluidité fermionique. Cette idée a été mise en avant dans la publication (ACL39).

# SYSTÈMES DÉSORDONNÉS

Une forte activité sur les systèmes désordonnés s'est développée au laboratoire depuis plusieurs années. Les membres de cette équipe étaient Olivier Martin et Marc Mézard, jusqu'à l'arrivée de Satya Majumdar, puis, cet automne, d'Alberto Rosso et d'Emmanuel Trizac.

Le désordre peut être de plusieurs types : dans un cas, les entités (agents, gènes) ont chacune leurs propres spécificités ; dans un autre cas, les entités sont identiques (spins) mais les interactions entre elles sont variables à cause de la préparation du système (verres de spins) ou de sa dynamique (verres structuraux). De tels systèmes ont tendance à se geler dans un état qui paraît aléatoire, conduisant à des propriétés subtiles à l'équilibre et hors équilibre. Ils offrent souvent une ouverture qui sort du cadre traditionnel de la physique, et touchent à l'économie, la sociologie, l'informatique, etc.... Ceci n'est pas étonnant : les outils développés en physique statistique des systèmes désordonnés sont polyvalents, permettant de traiter des problèmes jugés trop complexes par les experts d'autres champs disciplinaires. Souvent, les calculs analytiques, phénoménologiques et numériques sont menés de front. L'approche numérique, qui joue un rôle moteur dans l'étude des systèmes complexes, nécessite des idées originales d'algorithmes ; c'est une priorité de recherche, comme le prouvent les travaux menés par O. Martin et M. Mézard ces dernières années. Il est tout aussi crucial de faire progresser les méthodes théoriques et analytiques : la méthode de la cavité, proposée par M. Mézard et G. Parisi en 2001 (ACL116), a remodelé la recherche dans les systèmes désordonnés tout en ouvrant de nombreux chantiers à la croisée de différentes disciplines. Cette activité regroupe une large communauté à Orsay et au CEA de Saclay qui est réunie en particulier lors du séminaire hebdomadaire "Systèmes Complexes", co-organisé par A. Barrat du LPT-Orsay et M. Mézard, commun aux deux laboratoires, et se tenant en alternance dans chacun d'eux. L'équipe "systèmes désordonnés" anime également un groupe de travail interne au LPTMS. Cet environnement est particulièrement stimulant pour les étudiants et postdocs et attire de nombreux visiteurs.

## 1) Systèmes physiques avec désordre gelé

Depuis de nombreuses années des méthodes ont été développées pour comprendre les effets du désordre "gelé" et les propriétés de systèmes modèles

### Verres de spins

Le modèle Sherrington-Kirkpatrick est un verre de spins où l'interaction est de portée infinie : chaque spin a une interaction avec tous les autres spins. La phase basse température est subtile, ayant une brisure de symétrie des répliques continue avec une organisation ultramétrique des états d'équilibre. Les états métastables sont moins bien compris : M. Mézard et al. ont reconsidéré la question de leur nombre (ACL40), montrant par la méthode des répliques qu'une supersymétrie joue un rôle important. Malheureusement, les calculs à base de répliques se heurtent à des difficultés techniques quand les interactions entre spins sont à connectivité finie. M. Mézard et G. Parisi (ACL116) ont développé une méthode de cavité qui permet d'analyser de tels systèmes quand la structure locale est en arbre (c'est le cas de tous les modèles champ moyen). La communauté des systèmes désordonnés a adopté et appliqué l'approche de cavité à de nombreux systèmes tels que la satisfaisabilité ou le

coloriage de graphes. La méthode de cavité peut aussi être un outil variationnel dans ce contexte, O. Talagrand a pu démontrer l'exactitude de la solution de brisure des répliques de G. Parisi pour le modèle de Sherrington-Kirkpatrick, un résultat attendu depuis plus de vingt ans. Il existe aussi d'autres modèles pour lesquels des approches analytiques existent : verres de spins sur arbres ou sur des structures hiérarchiques du type Migdal-Kadanoff. O. Martin et al. ont élucidé les conséquences d'une grande dégénérescence du fondamental sur la brisure de symétrie des répliques (ACL149) et ont montré la nature générique du chaos en température (ACL91,148). De même, en utilisant des simulations numériques, ils ont mis en évidence (ACL150) des phénomènes de vieillissement et de mémoire. L'équipe a aussi une activité forte sur les modèles de verres de spins en dimension finie. Les corrélations euclidiennes conduisent alors à une approche principalement numérique. En dimension 2, les travaux ont été menés en collaboration avec E. Marinari à Rome. Le verre de spins sur un réseau carré avec des interactions  $\pm 1$  peut être reformulé en terme des couvertures par des dimères (Fisher et Montroll). Le calcul de la fonction de partition se réduit alors à déterminer des Pfaffiens. O. Martin et al (ACL103) ont utilisé le code de Galluccio et al pour déterminer la nature de la singularité thermodynamique au point critique. Ils trouvent que la chaleur spécifique possède une singularité essentielle qui est associée à des excitations fractionnaires. Dans un autre travail (ACL1), ils montrent comment la nature détaillée des interactions (couplage  $\pm 1$  ou couplage continu) introduit des classes d'universalité différentes. Dans le cas des verres de spins en dimension 3, l'algorithme de résolution heuristique GRA (ACL63) permet de trouver l'état fondamental pour des tailles allant jusqu'à quelques milliers de spins. L'équipe a mené plusieurs études du diagramme des phases de ces verres de spins, cherchant à mieux comprendre certaines prédictions du champ moyen, en particulier l'ordre verre de spins en présence d'un champ magnétique (ACL88,93) ou la coexistence de cet ordre avec une aimantation macroscopique (ACL90). Un des points forts de ces études concerne la nature géométrique des excitations de basse énergie, proposée initialement par J. Houdayer et O. Martin puis développée par F. Krzakala et O. Martin, donnant lieu à la thèse de F. Krzakala.

## Hétéropolymères

Motivés par les expériences de micromanipulation des molécules biologiques, on s'est intéressé au repliement de l'ARN et de l'ADN simple brin (ACL122). Ce problème est difficile, mais intéressant, car ces molécules ont la possibilité de se replier sur elles-mêmes en formant des liaisons de type Watson-Crick. Ces liaisons forment la structure secondaire des molécules. Contrairement au cas du repliement des protéines, il y a une différence d'énergie de liaison assez claire entre structure secondaire et tertiaire, ce qui permet d'avoir un meilleur contrôle du système tout en ayant la même problématique que pour le repliement des protéines. Par des techniques analytiques et des méthodes numériques reposant sur des récursions, M. Mézard et al. ont étudié l'influence du désordre de la séquence sur le repliement, et montré (ACL89,129) que le désordre induit une phase vitreuse au niveau de la structure secondaire. Les possibilités de l'étudier dans des mesures de force-élongation ont été discutées. Par ailleurs, la méthode de cavité a été utilisée pour dériver le diagramme de phases (et en particulier la localisation de la phase vitreuse) pour les hétéropolymères aléatoires (ACL123). La thèse de M. Müller a porté sur ces thèmes.

## systèmes multi-agents

Les questions de dynamique multi-agents et la modélisation en finance et économie ont été abordées depuis plusieurs années. En collaboration avec A. Bouchaud, M. Mézard a étudié le problème de l'émergence de distributions en lois de puissances (les queues de Pareto) dans la distribution des richesses, phénomène générique dès lors que l'on a une population avec un réseau d'interactions aléatoires. Ce problème est directement relié à celui des polymères dirigés, une analogie qui permet de voir l'effet d'une dynamique de population avec taux de reproduction en présence de potentiels aléatoires. M. Mézard a aussi travaillé sur des modèles plus réalistes d'interactions multi-agents. En effet, les progrès récents de la physique statistique ont permis d'étudier le comportement collectif d'agents en interactions, dans le cas où les agents possèdent des stratégies individuelles différentes, un cas qui ne peut donc pas être caractérisé par une théorie de champ moyen du type "agent représentatif". Avec A. Bouchaud et I. Giardinà, M. Mézard a montré, dans le cadre du "jeu de la minorité", l'existence d'un mécanisme conduisant à des corrélations à longue portée de la volatilité, un phénomène bien connu dans les marchés. Ce mécanisme (ACL19) a pu être généralisé à des modèles de marchés plus réalistes. Plus récemment, M. Mézard a abordé avec A. Bouchaud et M. Potters un problème plus microscopique, à savoir la dynamique des carnets d'ordres. La raison initiale en est l'observation, dans les modèles de marchés, d'une grande sensibilité au mécanisme de formation du prix (un effet bien connu des économistes). Le carnet d'ordre est un tel

mécanisme, utilisé maintenant sur les marchés boursiers. Ce problème est intéressant car il existe une quantité considérable de données disponibles. L'analyse d'une petite partie de ces données a conduit à une observation étrange : le flux d'ordres arrivant ne se positionne pas au voisinage immédiat du prix courant, comme on aurait pu s'y attendre, mais sa distribution (par rapport au prix courant) suit une loi de puissance, avec un exposant très faible. Comment les ordres, arrivant d'individus différents, ignorant de ce que font les autres, construisent une loi de puissance propre, reste un mystère à élucider. En prenant cette distribution comme input, M. Mézard et al. ont construit (ACL 20) un modèle de base de dynamique du carnet d'ordre qui reproduit l'essentiel de cette phénoménologie.

## **2) Systèmes physiques sans désordre gelé**

De nombreux systèmes deviennent vitreux à basse température et pourtant leur Hamiltonien ou leur dynamique ne fait pas intervenir de désordre trempé. Par ailleurs, existe-t-il des comportements universels hors équilibre qui pourraient être justifiés théoriquement ?

### Verres structuraux

Poussés par les analogies entre phénoménologie des verres structuraux et théories de champ moyen des verres de spins avec transition discontinue, on a essayé d'introduire des théories de champ moyen plus réalistes, permettant une comparaison directe avec les verres structuraux. Dans un premier temps on a étudié des modèles avec interactions à  $p > 2$  spins sur des réseaux à connectivité finie. En particulier M. Mézard et al ont trouvé (ACL 59) que le problème ferromagnétique (qui n'a donc pas de désordre dans les couplages) avec  $p=3$  possède un comportement dynamique vitreux. On peut comprendre le mécanisme de frustration par le fait que si, dans une plaquette, un des spins ne pointe pas dans la bonne direction, il frustre l'interaction entre les deux autres spins. Pour pouvoir étudier des questions en suspens concernant en particulier le rôle des hétérogénéités dynamiques, observées

expérimentalement, ou bien l'existence de phases vitreuses d'équilibre, plus stables que les phases cristallines, G. Biroli et M. Mézard (ACL 6) ont introduit des modèles de verres sur réseau. Leur étude passe par des analyses théoriques (ACL 147) dans le cadre de l'approximation de Bethe, jointe à des simulations numériques de type Monte Carlo. Une partie de la thèse de O. Rivoire est consacrée à ce sujet.

### Dynamique de croissance

Lorsqu'un système comme un ferromagnétique, possédant plus d'une phase ordonnée à basse température, est trempé rapidement depuis sa phase haute température jusqu'à sa phase basse température, il se forme des domaines des différentes phases d'équilibre qui croissent tout en étant en compétition l'un avec l'autre. Le système dissipe de l'énergie en éliminant les différents défauts topologiques comme les parois de domaine ou les vortex conduisant ainsi à une dynamique de croissance de domaines. S. Majumdar et al (A. Bray, C. Sire, D. Huse et D. Dean) ont mené des études détaillées sur ces problèmes. Plus récemment, la question reliée de la persistance d'un spin a été analysée (ACL 46), tant du point de vue théorique qu'expérimental. La persistance est caractérisée par la fraction des spins qui ne se retournent pas jusqu'au temps  $t$ . Dans des problèmes de croissance de phases, cette fraction décroît comme une loi de puissance, définissant ainsi un nouvel exposant dynamique de persistance, objet d'intenses travaux au cours des dernières décennies. On a également trouvé (ACL 44) que cet exposant est non-trivial dans d'autres systèmes hors équilibre comme dans le déplacement d'interfaces et même dans l'équation de diffusion. Les prédictions analytiques ont été vérifiées récemment dans certaines expériences. Une dernière thématique concerne les états hors-équilibre stationnaires. Souvent, il apparaît une transition de phase entre état homogène et hétérogène en fonction d'un paramètre de contrôle. S. Majumdar et al ont étudié une classe de modèles en dimension 1 et ont dérivé des critères pour l'existence de telles transitions (ACL 57,168).

### **3) Interfaces avec l'informatique**

Les techniques de la physique statistique sont de plus en plus utilisées pour divers problèmes d'informatique, d'optimisation combinatoire, de satisfaction de contraintes, de codes correcteurs d'erreur, de traitement de l'information, etc... Ont été développées plus particulièrement deux directions de recherche : les problèmes de tri ou de recherche de données d'une part, la satisfaction de contraintes d'autre part.

#### Tri et recherche de données

Les données qui entrent dans un ordinateur doivent être organisées grâce à un algorithme de tri, de telle sorte qu'une donnée mémorisée puisse être retrouvée rapidement. La performance d'un algorithme de tri et de recherche est mesurée par le «**Temps de recherche**» qui est nécessaire pour retrouver un élément déjà trié. Le schéma d'organisation de données le plus efficace est un arbre binaire, et dans ce cas le temps de recherche est en  $c \log N$  pour  $N$ , le nombre de données en général aléatoires, grand. Il est difficile de trouver un algorithme dont le temps calcul soit inférieur à  $O(\log N)$ , et on doit donc optimiser la constante  $c$ , problème réputé difficile en informatique. Avant son arrivée au laboratoire, S. Majumdar (avec ses collaborateurs P. L. Krapivsky, D. Dean, E. Ben-Avraham) a calculé  $c$ , ainsi que des termes correctifs, en utilisant des techniques de front de propagation issues de la physique statistique. Ces techniques peuvent être généralisées pour étudier diverses catégories d'arbres

de recherche. Nous avons ainsi obtenu un certain nombre de résultats analytiques exacts nouveaux en informatique, certains relatifs à des questions ouvertes depuis deux décennies. S. Majumdar a également étudié une transition de phase intéressante qui apparaît dans les arbres avec degré de branchement  $m$ . Le nombre de noeuds nécessaire pour mémoriser des données possède une statistique intéressante : alors que le nombre moyen de noeuds croît toujours linéairement avec  $N$ , quel que soit  $m$ , la variance, elle, a une transition de phase pour le nombre magique  $m = 26$ . Ce problème a pu être résolu en le transformant en un problème de fragmentation aléatoire. Cette analyse fournit aussi de nouvelles prédictions pour des données vectorielles. Lorsque chaque entrée est un vecteur de dimension  $d$ , la transition de phase apparaît pour  $d=8$ , valeur au-delà de laquelle on a de plus fortes fluctuations. Un autre algorithme de tri, le "linear probing with hashing" a pu être résolu grâce à sa transformation en un problème de percolation corrélée. Finalement, on a aussi abordé un problème de "hardware" -quelle est la meilleure organisation de la mémoire cache des ordinateurs- qui peut se transformer en un modèle d'urnes soluble, permettant des comparaisons quantitatives entre diverses stratégies d'organisation de cette mémoire.

### Satisfaction de contraintes

M. Mézard et collaborateurs ont développé une nouvelle classe d'algorithmes (ACL117,118) pour résoudre des problèmes de satisfaction de contraintes. Ces algorithmes sont la traduction très concrète de la méthode de la cavité déjà mentionnée plus haut. L'apport essentiel a été d'introduire la brisure de symétrie des répliques et de l'incorporer dans l'algorithmique. Le résultat est une famille d'algorithmes qui sont à la fois radicalement différents de ce qui existait avant et qui ont des performances très supérieures. Ces travaux ont déjà un impact très visible sur la communauté informatique travaillant sur "SAT" : d'une part on peut montrer rigoureusement certaines bornes ; d'autre part, on en tire des valeurs exactes pour divers seuils dont le seuil de satisfaisabilité (ACL119). Cette méthode algorithmique a été reprise par de nombreuses personnes (en physique statistique comme en informatique) et appliquée à d'autres problèmes. Un des objectifs est de se rapprocher des applications pratiques telles que codes de correction d'erreurs et conception de réseaux de communication. L'interaction avec les informaticiens en sera d'autant plus forte.

# THÉORIE DE LA MATIÈRE CONDENSÉE ET PHYSIQUE MÉSOSCOPIQUE

## 1) Théorie de la Matière Condensée □

Les travaux sur les phénomènes électroniques et structuraux dans des systèmes de basse dimension tels que les conducteurs organiques, les polymères conjugués et les composés en chaînes peuvent être regroupés en, d'une part, les théories microscopiques décrivant leurs propriétés électroniques, et, d'autre part, les théories phénoménologiques adaptées aux échelles intermédiaires et macroscopiques. La plupart de ces travaux concernent les effets des défauts topologiques dans des systèmes fortement corrélés avec des brisures de symétries multiples. Sur le plan expérimental, les années récentes ont été particulièrement favorables et ont permis la résolution de problèmes restés mal compris pendant plusieurs décennies. La diversité des problèmes abordés trouve son origine dans la multiplicité des collaborations nationales et internationales avec des groupes expérimentaux et théoriques : LPS (Orsay), CRTBT, ILL et ESRF (Grenoble) □ Université de Cologne en Allemagne ; Institut Landau et Institut de Radio-Engineering, Moscou en Russie □ Université de Tokyo au Japon ; Université de Californie à Santa Barbara, Laboratoire National de Los Alamos et Université du Minnesota aux États-Unis.

### Phase ferroélectrique dans les conducteurs organiques

La découverte inattendue, à la fois expérimentale et théorique (ACL121), d'une phase ferroélectrique couplée avec l'ordre de charge a ouvert une voie nouvelle dans l'étude des conducteurs organiques. Elle a conduit à une réévaluation de leur diagramme de phases et a stimulé de nouvelles études théoriques et expérimentales (ACL29, ACT3) aussi bien à Grenoble, Orsay, qu'au Japon et aux États-Unis. S. Brazovskii a développé une théorie pour la phase ferroélectrique décrite comme un état combiné de Mott-Hubbard. Ceci a permis d'interpréter les observations expérimentales en termes de divers type d'excitations solitoniques porteuses de charge et de spin ou encore de solitons de topologie mixte (ACL24, ACT2).

### Pseudo-gaps dans les systèmes unidimensionnels fortement corrélés

Les pseudo-gaps sont d'un grand intérêt dans les études contemporaines de systèmes électroniques fortement corrélés. S. Brazovskii et S. Matveenko ont étudié leurs effets dans les systèmes unidimensionnels avec interactions fortes entre électrons et phonons. Au moyen de techniques d'intégrales fonctionnelles (instantons), l'intensité de l'absorption optique et de l'émission électronique dans la région spectrale adiabatiquement interdite ont été obtenues (ACL28,113, ACT15).

### Propriétés optiques des polymères

Les études interdisciplinaires des polymères conjugués sont motivées, en dehors perspectives d'applications, par des propriétés intéressantes telles que les effets d'auto-localisation avec une formation de solitons, de superstructures, ou encore de gaps électroniques (OV1). S. Brazovskii et N. Kirova ont réexaminé de façon critique les

descriptions existantes et présenté une nouvelle approche syncrétique, basée sur un modèle hybride qui combine les corrélations électroniques fortes locales et l'interaction Coulombienne à longue portée. On peut ainsi décrire les propriétés optiques linéaires et non linéaires (l'absorption optique directe et photoinduite, la photoémission stimulée et la photoconductivité), les effets du champ électrique fort, et autres (ACL 25, 79, 80, 81, 82, 124, 125, 126), (ACT10, 11).

### Confinement, couplage topologique et transition dimensionnelle

Dans des systèmes avec une brisure spontanée de symétrie électronique, le confinement est responsable de la recombinaison des degrés de liberté de spin et de charge. Il est à l'origine de configurations de spin et de charge de type roton avec des solitons portant une charge ou un spin localisés sur le noyau, pour les cas respectivement répulsif et attractif. Pour un isolant de Mott, le couple spin-roton aide à la propagation du holon. Pour des supraconducteurs, un anneau de vortex avec un spinon lié à son centre se forme ; le spinon joue alors le rôle d'une jonction  $\pi$  à un électron (ACL 23, 27).

### Diffusion des rayons X par les défauts dus aux ondes de densité de charge

Un nouvel aspect lié à la physique des électrons corrélés dans les systèmes désordonnés a été initié par des études structurales (J.-P. Pouget, S. Ravy, LPS, Orsay) de diffusion de rayons X par des super-réseaux imparfaits. Il était nécessaire d'élaborer la méthode de reconstruction du profil de la densité électronique près du défaut et de déterminer les phases de la diffusion des électrons par celui-ci. Ces phases jouent un rôle essentiel dans des effets comme les oscillations de Friedel. S. Brazovskii a construit une théorie pour les profils de l'intensité de la diffusion qui est en bon accord avec des résultats expérimentaux (ACL144).

### Jonctions de conducteurs non conventionnels

S. Brazovskii, N. Kirova *et al* ont commencé une étude des jonctions de conducteurs non conventionnels : semiconducteurs organiques et composants en chaînes avec des ondes de densité de charge. Un premier sujet concerne l'état électronique induit par le champ électrique externe sur l'interface des cristaux moléculaires. N. Kirova et Bousac ont trouvé que la couche d'isolant joue un rôle actif initiant l'effet polaronique. Ils ont montré qu'un champ électrique extérieur favorise la formation d'un polaron dans des cristaux moléculaires au voisinage de l'interface avec des diélectriques polaires (ACT12). Un deuxième sujet, en collaboration avec des expérimentateurs est l'analyse par S. Brazovskii des spectres d'effet tunnel intrinsèque et leur interprétation par des solitons d'amplitude d'ondes de densité de charge, dont la mise en évidence expérimentale était recherchée depuis longtemps (ACL 94).

### Agrégation des solitons

La question était de comprendre les propriétés des solitons chargés décrivant les excitations de systèmes électroniques dont l'état fondamental est dégénéré, comme un ensemble de chaînes couplées. S. Teber et S. Brazovskii se sont intéressés à la compétition entre deux types d'interactions à longue portée : le confinement, dû au couplage inter-chaîne, et la répulsion de Coulomb. Ils ont étudié l'agrégation des solitons avec formation de parois de domaines. Les résultats peuvent être appliqués aux polymères dopés et aux ondes de densité de charge presque commensurables (ACL153,154).

## Plasticité des cristaux électroniques

Les études de la plasticité des cristaux électroniques, comme un cristal de Wigner ou une onde de densité de charge, sont basées sur le rôle des défauts topologiques, tels que les dislocations ou les solitons, et sur leur nucléation et leur interaction avec des électrons. N. Kirova et S. Brazovskii ont développé une hydrodynamique multi-fluides pour l'ensemble des défauts (ACT 9). Ils ont décrit les transitions entre régimes élastiques et plastiques du mouvement de l'onde de densité de charge dans le voisinage de défauts macroscopiques, effet observé à l'ESRF à Grenoble (ACL146). Une collaboration avec les expérimentateurs de Grenoble a permis d'expliquer la transition vers le découplage entre différents types d'onde de densité de charge (ACL 2).

## Accrochage fort dans des systèmes glissants

S. Brazovskii et T. Nattermann ont développé un modèle d'accrochage fort dans des systèmes glissants avec création d'états métastables produits par l'interaction entre des défauts intrinsèques et extrinsèques. Cette approche donne accès aux contributions plastiques de la force de friction en fonction de la vitesse par rapport à la distribution des temps de relaxation. Elle explique la caractéristique courant-tension non standard qui avait été observée pour des ondes de densité de charge. Dans le même modèle sont décrits trois régimes de glissement observés depuis longtemps dans les courbes de courant-tension : linéaire, exponentiel, et finalement, le régime de «second champ critique» (OV 2).

## **2) Physique mésoscopique**

Les progrès remarquables réalisés depuis deux décennies dans la fabrication d'échantillons de tailles micrométriques par les techniques de nanolithographie ont stimulé une floraison de développements théoriques dans le cadre de la physique mésoscopique, un creuset où se combinent les notions de cohérence de phase, d'effet du désordre et des interactions. Les boîtes quantiques fournissent un terrain de choix : la réduction du nombre d'électrons -une centaine- permet un meilleur contrôle des interactions entre électrons et est à l'origine d'effets originaux comme le blocage de Coulomb. D'un point de vue expérimental, le blocage de Coulomb a ouvert des perspectives intéressantes en permettant de réaliser, par des mesures de transport, une spectroscopie des niveaux à N corps. Le domaine des boîtes quantiques a également fourni un renouveau spectaculaire du problème Kondo de l'interaction d'un gaz d'électrons avec le spin d'une impureté localisée, stimulé par le développement récent de l'information quantique et de l'électronique de spin. Si la réduction de la taille du système favorise la cohérence quantique, une autre stratégie consiste à considérer une topologie plus riche, comme celle d'un réseau de fils de dimensions micrométriques, afin que la cohérence de phase soit assurée à l'échelle des boucles. Ces réseaux constituent un autre type de systèmes privilégiés pour les phénomènes d'interférences quantiques et donc des interactions qui limitent ces derniers.

### **a) Fluctuations mésoscopiques dans les boîtes quantiques**

Depuis plusieurs années, dans une première série de travaux, s'est intéressé au spectre à N électrons en interactions dans une boîte quantique. Ces travaux ont aussi visé à mettre en place un cadre théorique solide doté d'un nombre de techniques variées et

complémentaires. Une approche qui a une longue histoire au laboratoire est celle des méthodes semiclassiques et des matrices aléatoires. Elle donne une description statistique et s'applique au cas des boîtes quantiques pour lesquelles la dynamique des électrons est chaotique. Cependant, avec les progrès effectués dans la réalisation et le contrôle des boîtes quantiques, il va être dans un futur proche nécessaire d'utiliser des outils de simulation permettant d'étudier une configuration spécifique. Une méthode de choix est alors les fonctionnelles de densité de spin (SDFT) vu l'importance du spin. Dans l'étude de la relation entre les effets des corrélations à N corps et les fluctuations mésoscopiques dues aux interférences, il est naturel de considérer des "problèmes d'impuretés" dans des boîtes quantiques, où un gaz d'électrons interagit avec une impureté ponctuelle qui induit des corrélations entre les particules dans la bande de conduction. La question est alors de comprendre comment ces phénomènes sont modifiés par les fluctuations mésoscopiques.

### Théorie de la fonctionnelle de densité de spin (SDFT) pour les boîtes quantiques dans le régime de blocage de Coulomb

Un résultat inattendu des calculs numériques de type SDFT est que les statistiques de spin, ou d'espacement de pics de conductance, diffèrent sensiblement de celles prédites par les approches traditionnelles (méthodes semiclassiques et matrices aléatoires) (ACL77). Ces différences indiquent soit que certains aspects des interactions entre électrons ne sont pas pris en compte correctement, soit que les fonctionnelles de densité de spin utilisées (basées sur l'approximation de densité locale) doivent être améliorées pour décrire les boîtes quantiques dans le régime du blocage de Coulomb. Pour clarifier ces questions, Ullmo *et al* (ACL165) ont utilisé l'approche de Strutinsky de la fonctionnelle de densité, modifiée pour inclure les effets de spin, qui a donné des résultats en accord avec les autres simulations numériques. La transparence de cette approche a permis d'identifier de l'origine des différences entre les simulations SDFT et les prédictions théoriques traditionnelles. En particulier, l'absence d'écrantage du canal de Cooper dans les calculs SDFT permet de comprendre pourquoi l'effet des interactions semble surestimé. L'approche de Strutinsky permet de plus de clarifier le mécanisme par lequel la symétrie entre spin plus et moins peut être brisée dans un calcul SDFT, donnant lieu soit à une "contamination de spin" (s'il s'agit d'un artefact des fonctionnelles de densité de spin), soit à une "onde de spin" (s'il s'agit d'un effet physique réel).

### Effets mésoscopiques sur le bord du spectre d'absorption X

Ullmo, DM. Hentschel et H.U. Baranger se sont intéressés (ACL62) à la question de l'absorption des rayons X (problème de Mahan-Nozières-de Dominicis) par une boîte quantique lorsqu'un photon X excite un électron du cœur d'un atome vers la bande de conduction, laissant un ion qui provoque une modification locale du potentiel confinant vu par les électrons de la bande de conduction. La probabilité d'absorption résulte d'une compétition entre la "catastrophe d'orthogonalité d'Anderson" et l'existence pour chaque état final de plusieurs canaux d'absorption, dont les amplitudes s'additionnent de manière cohérente. La question est de comprendre comment les fluctuations mésoscopiques dues au confinement du système modifient les mécanismes bien compris dans le volume. Une première étape du travail a consisté en une modélisation numérique de type Métropolis pour engendrer les spectres initiaux et finaux avec la distribution correspondante. Les distributions de recouvrement des états fondamentaux à N corps avant et après l'application de la perturbation (catastrophe d'orthogonalité d'Anderson) ont pu être obtenues, ainsi que des spectres d'absorption de rayons X au voisinage du seuil. Des expressions analytiques pour les

distributions de recouvrement reproduisent les simulations pour un grand domaine de paramètres. Les spectres d'absorption diffèrent qualitativement, même à un niveau moyen, de leurs analogues dans le volume. De plus, aussi bien les propriétés moyennes que les fluctuations des spectres d'absorption dépendent de façon drastique de la symétrie (s ou p) de l'impureté.

### Effet Kondo dans les boîtes quantiques.

D. Ullmo *et al* ont considéré le cas où l'impureté est une boîte quantique dont le fondamental porte un spin 1/2 (ACL78). Chaque réalisation peut être considérée comme un effet Kondo "classique", dont les paramètres (température de Kondo, etc) varient à cause des fluctuations mésoscopiques. Si on suppose la boîte quantique chaotique, il est possible de décrire les propriétés statistiques des fonctions d'onde dans le cadre de la théorie des matrices aléatoires, et d'en déduire les distributions de la température de Kondo ou de la conductance de la boîte quantique. Dans le cas où l'impureté magnétique est placée dans un point quantique (cond-mat/0409211), la question est de savoir comment les fluctuations de densité électronique dues au confinement du système modifient les processus de renormalisation à la base de l'effet Kondo. R.K. Kaul, D. Ullmo, Chandrasekharan et H.U. Baranger ont développé un algorithme de Monte-Carlo quantique (algorithme de Hirsh et Fye). Parallèlement, des calculs analytiques décrivant les fluctuations mésoscopiques ont permis d'étudier le régime de températures supérieures à la température Kondo.

### **b) Transport cohérent dans les réseaux mésoscopiques**

L'intérêt porté aux réseaux de fils unidimensionnels remonte au travail de E. Akkermans, A. Comtet, J. Desbois, G. Montambaux & C. Texier (Ann. Phys. (N.Y.) 284 (2000) 10-51) où a été étudiée la relation entre les différentes descriptions du spectre du Laplacien sur un graphe, comme la formule de trace exacte de Roth (1983) et le déterminant spectral. La motivation était d'étudier le transport ou le magnétisme dans les réseaux de fils métalliques faiblement désordonnés (régime "diffusif"). Avaient été laissées en suspens de nombreuses questions comme

- l'extension du problème au cas de l'opérateur de Schrödinger sur un graphe ainsi que la description de conditions aux limites généralisées (voir J. Desbois (ACL49) dans l'équipe "Physique statistique et théorie des champs: systèmes en basse dimension").

- le cas de graphes avec des fils infinis on cherche alors à donner une description en théorie de la diffusion (ACL155,156,157,158).

- la description précise du transport dans les réseaux de fils diffusifs C. Texier et G. Montambaux ont souligné que l'approche initiale ne s'applique qu'au cas de réseaux réguliers et ont développé sa généralisation (ACL159, ACT20). Le retour à des questions sur le transport quantique a conduit à une collaboration avec des expérimentateurs (H. Bouchiat, LPS Orsay) (ACL58).

Dans des réseaux de fils métalliques ou semi-conducteurs interconnectés, de largeur typique 100nm et de longueur micrométrique, la cohérence de phase se manifeste par de nombreux effets, dont l'exemple le plus remarquable est l'effet Aharonov-Bohm. Ces effets peuvent être décrits par une modélisation unidimensionnelle des fils. D'autre part, une approche centrale pour le transport électronique dans les systèmes cohérents est le formalisme de Landauer-Büttiker qui a pour point de départ une description de type théorie de la diffusion.

## Construction de la matrice $S$ d'un graphe (ACL155)

De nombreux travaux étaient basés sur la matrice  $S$  d'un graphe, cependant manquait une formulation systématique que C. Texier et G. Montambaux ont développée. Ils ont proposé une construction de la matrice  $S$  en fonction de matrices codant l'information sur la topologie du graphe, le potentiel, le champ magnétique, les longueurs des fils et la connection du graphe à des contacts externes. Une formulation naturelle consiste à coder l'information dans des matrices qui couplent les liens orientés du graphe. Cependant, en posant des hypothèses de continuité aux nœuds du réseau, il est possible de construire plus efficacement la matrice  $S$  à l'aide de matrices couplant les nœuds, donc de tailles généralement plus réduites.

## Relation de Krein-Friedel (ACL156)

La relation de Krein-Friedel a ceci de remarquable qu'elle relie les propriétés spectrales d'un système (qui caractérise plus naturellement, mais pas nécessairement, un système fermé  $\square$  états liés) à ses propriétés de diffusion (qui s'applique au cas où le système est ouvert  $\square$  états de diffusion). C. Texier a étudié cette question dans les graphes qui ont la propriété particulière de faire coexister, sous certaines conditions, des états du continuum et discrets *aux mêmes énergies*. Ces derniers ne se couplent pas au spectre continu et restent localisés dans le graphe. Ceci doit être pris en compte dans la relation de Krein-Friedel.

## Relation entre la matrice $S$ et des propriétés locales (ACL157,158)

La matrice  $S$  décrit comment une onde incidente dans un ou plusieurs fils est diffusée par le graphe de façon *globale*. Toutefois il est possible d'extraire des informations *locales* de la matrice  $S$ , idée à la base de nombreux travaux de M. Büttiker. C. Texier, avec M. Büttiker puis P. Degiovanni, a montré comment des propriétés locales, telles que la densité d'états locale dans le graphe, ou les courants dans les fils internes, sont reliées à la matrice  $S$ . Ces relations généralisent le théorème de Feynman-Hellmann au cas des spectres continus.

Le formalisme utilisé jusqu'ici inclut un potentiel arbitraire qui peut *a priori* décrire l'effet du désordre (défauts structurels ou impuretés), cas pour lequel il semble peu adapté à une approche analytique (il a néanmoins été utilisé pour des calculs numériques sur des réseaux désordonnés). De plus, la généralisation au cas de fils possédant plusieurs canaux de conduction se révèle lourde. Les métaux faiblement désordonnés sont convenablement décrits par l'approche perturbative d' Al'tshuler, Aronov, Khmel'nitzkii, Larkin et Lee, du début des années 80. Ces travaux ont souligné l'importance des interférences quantiques des trajectoires électroniques renversées, qui apportent une correction au transport classique, dite "de localisation faible", due à une augmentation cohérente de la rétrodiffusion des électrons, c'est-à-dire une augmentation de la résistance d'un fil en particulier. Ces idées ont été appliquées à l'étude expérimentale et théorique de réseaux métalliques au milieu des années 80 (Pannetier *et al* 1984 et Douçot & Rammal, 1985), cependant elles reposaient sur une description *locale* du transport et les questions reliées à la *non localité* du transport quantique n'étaient pas résolues.

## Localisation faible dans les réseaux de fils diffusifs multiples connectés (ACL159, ACT020)

Le transport classique d'un réseau de fils diffusifs est caractérisé par une matrice conductance qui est obtenue en assimilant le système à un réseau de résistances classiques. Dans le cadre de l'approche perturbative, C. Texier et G. Montambaux ont étudié les corrections de localisation faible aux coefficients de transport. La non localité est responsable d'effets inattendus comme un changement de signe de la correction de localisation faible de certaines probabilités de transmission. Elle peut également altérer le comportement des oscillations de la conductance à travers un anneau mésoscopique (ACT20).

## Localisation faible et longueur de cohérence de phase d'une grille carrée en GaAs/GaAlAs (ACL58)

L'équipe d'Hélène Bouchiat (LPS Orsay) a réalisé en 2003 des mesures de la magnétoconductance d'une grille carrée d'un million de cellules à l'interface de deux semiconducteurs GaAs/GaAlAs. Ces expériences, les premières pour de grands réseaux semiconducteurs, ont permis de sonder la théorie pour des paramètres radicalement différents. Une collaboration étroite entre expérimentateurs (M. Ferrier, S. Guéron, H. Bouchiat) et théoriciens (C. Texier, G. Montambaux) a permis d'extraire la longueur de cohérence de phase directement, sans paramètre ajustable. Ainsi la dépendance en température de la longueur de cohérence de phase est obtenue, ce qui donne des renseignements précieux sur les mécanismes microscopiques de décohérence.